



## Voorbeeld Examen Wiskunde A

Datum:  
Tijd: 13:00-16:00  
Aantal opgaven: 7  
Aantal subvragen: 22  
Totaal aantal punten: 78

- Zet uw naam op alle blaadjes die u inlevert.
- Laat bij iedere opgave door middel van een berekening of een toelichting bij het gebruik van de grafische rekenmachine zien hoe het antwoord is verkregen.  
Aan een antwoord zonder toelichting zullen geen punten worden toegekend.
- Schrijf goed leesbaar en met inkt.  
Gebruik uitsluitend een potlood voor het maken van een tekening.
- Toegestane hulpmiddelen:
  - o GR
  - o Lijst met formules
  - o Tekenmateriaal

**Bij dit examen is een ingeschakelde mobiele telefoon of andere communicatieapparatuur niet toegestaan.**

### Opgave 1

Karin is drie weken ziek geweest. Ze lag met koorts in bed. Haar lichaamstemperatuur tijdens de ziekte werd gegeven door de formule  $T = 37 + 0,042t^2 - 0,002t^3$ . Hierin is  $t$  de tijd in dagen met  $t=0$  op het moment dat Karin ziek werd en  $T$  haar lichaamstemperatuur in °C.

We gaan ervan uit dat de lichaamstemperatuur van mensen normaal ligt bij 37 °C.

- 3p a. Toon algebraïsch aan dat Karin 3 weken is ziek geweest.
- 4p b. Bereken algebraïsch op welke dag haar koorts het hoogst was; wat was haar lichaamstemperatuur die dag?

### Opgave 2

Een bepaald soort projectielamp heeft een levensduur die normaal verdeeld is met een gemiddelde van 32,5 branduren met een standaardafwijking van 4 branduren.

De bioscoopexploitanten eisen dat een lamp minstens 30 uur zal branden.

- 2p a. Hoeveel procent van de geleverde lampen zal niet aan deze eis voldoen?
- 3p b. Op welke gemiddelde levensduur moet de fabrikant zijn fabricageproces instellen opdat slechts 2,5% van de afgeleverde lampen, bij gelijkblijvende standaardafwijking, niet aan de eis van de bioscoopexploitanten voldoet?

Deze herinstelling van het fabricageproces kost veel geld. De fabrikant tracht dit op te vangen door pakketten met meerdere lampen af te leveren.

- 4p c. Hoeveel procent van de pakken zal, indien elk pakket 4 lampen bevat, niet aan deze garantie voldoen?
- 3p d. Toon aan dat bij een verpakking van 14 lampen per pakket het risico voor de fabrikant voor het eerst onder de 1% komt.

### Opgave 3

Gegeven is de functie  $f(x) = \frac{1}{2} \cdot x \cdot \sqrt{5-x^2}$

- 5p a. Toon aan dat geldt  $f'(x) = \frac{5-2x^2}{2\sqrt{5-x^2}}$ .
- 5p b. Bereken algebraïsch de extremen van  $f$ .
- 4p c. Geef de vergelijking van de raaklijn aan  $f$  in het punt  $P(1,1)$ .

#### Opgave 4

Er zijn verschillende manieren om de strengheid van winters met elkaar te vergelijken. Bij één daarvan wordt gebruik gemaakt van het zogenaamde Hellmanngetal. Dit getal is de som van de gemiddelde temperaturen van de dagen in de periode 1 november t/m 31 maart waarop de gemiddelde temperatuur lager is dan 0 C. Uiteindelijk wordt de positieve waarde van het Hellmanngetal gehanteerd.

Van het Hellmanngetal van de winters van de afgelopen 200 jaar blijkt 25 % een Hellmanngetal hebben dat hoger is dan 100. Bij een Hellmanngetal dat hoger is dan 100 spreken we van een koude winter.

2p **a.** Bereken de kans dat de komende drie winters alle drie koude winters zullen zijn.

4p **b.** Bereken de kans dat in een willekeurige periode van 10 jaar er meer dan 4 koude winters zullen voorkomen.

Gezien het groot aantal winters waarvan het Hellmanngetal bekend is, kunnen we deze stochast ook benaderen via een normale verdeling met een gemiddelde van 69,0 .

4p **c.** Toon aan dat op grond van bovengenoemde gegevens de standaardafwijking van het Hellmanngetal van winters gelijk is aan 45,96.

2p **d.** Bereken de kans dat in een willekeurige winter het Hellmann lager zal zijn dan 20.

De laatste jaren zijn de winters bijzonder zacht. Klimaatdeskundigen denken dat hier geen sprake meer is van een toevallige schommeling, maar dat de Hellmanngetallen aantonen dat het klimaat warmer aan het worden is. In de jaren 2001 t/m 2009 was het gemiddelde Hellmanngetal gelijk aan 32,4.

5p **e.** Is de veronderstelling van deze klimaatdeskundigen terecht, als je een significantieniveau hanteert van 1%?

#### Opgave 5

De Maan draait in ongeveer een maand rond de Aarde. In haar beweging om de Aarde kennen we de standen van de Maan als nieuwe maan, eerste kwartier, volle maan en laatste kwartier, die elke maand iets verschoven liggen ten opzichte van de maand daarvoor.

De cyclus van de Maan kan worden weergegeven met de volgende vergelijking:

$$S = \sin(0,23 t)$$

waarin  $S$  de stand van de Maan is, zoals gezien op Aarde, en  $t$  de tijd in dagen is. Bij  $t=0$  is het nieuwe maan.

3p **a.** Bereken de periode (in dagen) van de stand  $S$  van de Maan.

Op 1 januari 2009, om 0:00 uur, was de stand van de Maan  $S=0,91$ .

4p **b.** Met welke dag na een nieuwe maan komt dit overeen?

3p **c.** Op welke dag is het in januari 2009 volle maan geweest?

### Opgave 6

Een bioloog heeft van de boom *Catalpa bignonioides* bijgehouden hoe de bladgroei zich in het voorjaar ontwikkelt. Hij kwam tot het volgende model:

$$G = -17,4 + 25 \cdot \log(t+5) \quad .$$

Hierin is  $G$  het gewicht van het blad in kg en  $t$  de tijd in dagen met  $t=0$  op 1 mei om 0:00 uur.



- 3p a. Hoeveel kg blad had de *Catalpa* op 15 mei om 12:00 uur? Rond je antwoord af op 2 decimalen.
- 4p b. Toon aan dat het model kan worden herschreven als  $t = 4,97 \cdot \sqrt[25]{10^G} - 5$
- 3p c. Op welke dag had de *Catalpa* voor het eerst meer dan 20 kg blad?

### Opgave 7

Van een meetkundige rij is gegeven dat  $U_2 = 32768$  en  $U_5 = 512$  .

- 4p a. Geef de directe formule voor deze rij.

Mocht je twijfelen aan je antwoord bij vraag a, neem dan aan dat de rij gegeven wordt door  $U_n = 131072 \cdot 0,5^n$  .

- 4p b. Bereken  $\sum_{n=0}^{10} U_n$  .

**Einde**