

## James Boswell Examen VWO Wiskunde A – Voorbeeldexamen 2

Datum:

Tijd: 3 uur

Aantal vragen: 6

Aantal subvragen: 24

Aantal bijlagen: 1

Totaal aantal punten: 72

- Vermeld **op ieder vel** dat je inlevert je naam.
- Begin iedere opgave op een nieuw vel papier.
- Laat bij iedere opgave door middel van een berekening of motivatie zien hoe het antwoord is verkregen (o.a. bij gebruik van de grafische rekenmachine). Aan een antwoord zonder toelichting worden geen punten toegekend.
- Schrijf goed leesbaar met blauwe of zwarte inkt. Het gebruik van tipp-ex e.d. of het schrijven met potlood is niet toegestaan. Gebruik uitsluitend een potlood voor het maken van een tekening.
- Toegestane hulpmiddelen:
  - Grafische rekenmachine;
  - Tekenmateriaal;
  - Lijst van formules.



## Opgave 1: Eieren

Op elk ei dat in Europa wordt geproduceerd, staat een **eicode**. Een voorbeeld van zo'n code is 2-NL-1234567.

De code bestaat uit drie delen:

- Het eerste cijfer geeft het houderijsysteem aan: 0 (biologisch), 1 (vrije uitloop), 2 (scharrel) of 3 (kooi);
- Het tweede deel van de code geeft aan in welk land het ei is geproduceerd, bijvoorbeeld NL (Nederland). In totaal zijn er 25 landcodes;
- Van de laatste zeven cijfers zijn de eerste vijf de bedrijfscode (een getal vanaf 10 000 tot en met 99 999) en de laatste twee het stalnummer (een getal vanaf 00 tot en met 99).



- 3p **a** Bereken hoeveel verschillende eicodes er mogelijk zijn.

Nederland exporteert veel eieren naar Duitsland. In 2018 bedroeg de export naar Duitsland 409 miljoen euro. Dit is een toename van 13,6% ten opzichte van het jaar ervoor.

- 2p **b** Bereken met hoeveel miljoen euro de export naar Duitsland tussen 2017 en 2018 is toegenomen. Rond je antwoord af op gehele miljoenen.

In Europa is de consumptie van eieren al geruime tijd aan het stijgen. In 2013 aten Europeanen gemiddeld 198 eieren<sup>1</sup> per persoon. In 2019 waren dit er 216. Deze toename is lineair verlopen.

Het gemiddelde aantal eieren dat in Europa per persoon jaarlijks wordt gegeten, kan worden beschreven met een rij  $N_t$ . Hierbij is  $t$  in jaren met  $t = 0$  in 2013.

- 3p **c** Stel een directe en een recursieve formule op voor de rij  $N$ .

Stel dat de eierconsumptie in Europa na 2019 op dezelfde manier blijft toenemen.

- 3p **d** In welk jaar zullen er in Europa dan voor het eerst gemiddeld meer dan 250 eieren per persoon worden gegeten? Licht je antwoord toe.

---

<sup>1</sup> Hieronder vallen ook eieren die zijn verwerkt in gebak, ijs, deegwaren en sauzen.

## Opgave 2: Koeien

Een boer heeft een boerderij met honderden koeien. Hij vermoedt dat er op zijn boerderij een ziekte is uitgebroken en besluit om zijn koeien te testen.



De test die hij gebruikt, heeft twee mogelijke uitkomsten:

- *positief*: de koe is ziek volgens de test;
- *negatief*: de koe is gezond volgens de test.

De test is niet perfect:

- Als een koe in werkelijkheid ziek is, dan is de kans 85% dat deze een positieve testuitslag krijgt. Dat betekent dat 15% van de zieke koeien een negatieve uitslag krijgt;
- Als een koe gezond is, dan is de kans 98% dat deze een negatieve testuitslag krijgt. Dat betekent dat 2% van de gezonde koeien een positieve uitslag krijgt.

Ga er bij vraag **a**, **b** en **c** vanuit dat 1 op de 4 koeien op de boerderij ziek is.

- 2p **a** Bereken de kans dat een willekeurig gekozen koe gezond is, maar een positieve testuitslag krijgt.

De kans dat een willekeurig gekozen koe een positieve testuitslag krijgt, is 0,2275.

- 3p **b** Laat dit met een berekening zien.

Op een middag test de boer twintig koeien.  $X$  is het aantal koeien dat een positieve testuitslag krijgt.

- 4p **c** Bereken  $P(2 < X \leq 8)$ . Rond je antwoord af op drie decimalen.

Uit ervaring weet de boer dat zijn koeien gemiddeld 70,0 kg voer per dag eten met een standaardafwijking van 12,5 kg. Neem aan dat de hoeveelheid voer die een koe per dag eet normaal verdeeld is.



De boer vermoedt dat zieke koeien gemiddeld minder voer eten dan gezonde koeien. Hij besluit om dit te onderzoeken met behulp van een statistische toets. Van dertig koeien, waarvan met zekerheid is vastgesteld dat ze ziek zijn, wordt op een dag bijgehouden hoeveel voer ze eten.

- 2p **d** Stel de hypothesen op bij de statistische toets.

De dertig koeien eten gemiddeld 62,3 kg voer.

- 5p **e** Voer de hypothesetoets uit en geef de conclusie die de boer zal trekken. Hanteer een significantieniveau van 5%.

### Opgave 3: Differentiëren

4p **a** Gegeven is de functie  $f(x) = \frac{6}{\sqrt[3]{x}} - x \cdot \sqrt{x}$

Bepaal de afgeleide van  $f$ . Schrijf het antwoord zonder negatieve of gebroken exponenten.

6p **b** Gegeven is de functie  $g(x) = \frac{e^{2x-1}}{x}$

Bereken met behulp van differentiëren de coördinaten van de top(pen) van de grafiek van  $g$ .

## Opgave 4: Champignons

Een champignonkwekerij kweekt allerlei soorten paddenstoelen, waaronder portobello's.

De diameter van de portobello's is normaal verdeeld met een gemiddelde van 11,2 cm en een standaardafwijking van 0,6 cm.



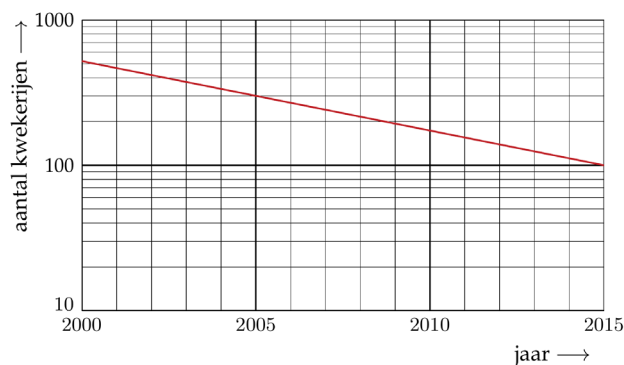
- 2p **a** Bereken hoeveel cm de diameter van een portobello minstens is als deze tot de 10% behoort met de grootste diameter. Rond je antwoord af op één decimaal.

De champignonkwekerij levert ook gewone witte champignons. Het gewicht van deze champignons is normaal verdeeld met een gemiddelde van 13,0 gram en een standaardafwijking van 1,9 gram.

De champignons worden aselekt verpakt in doosjes van 250 gram. De kans dat het totale gewicht van de champignons in een doosje lager is dan 250 gram hangt af van het aantal champignons per doosje.

- 4p **b** Onderzoek hoeveel champignons er minimaal in een doosje moeten zodat de kans dat het totale gewicht van de champignons lager is dan 250 gram, kleiner is dan 5%.

In de periode 2000 - 2015 is het aantal champignonkwekerijen in Nederland afgenomen. Hieronder zie je een grafiek die deze afname bij benadering beschrijft. Deze grafiek staat uitvergroot op de uitwerkbijlage.



- 1p **c** Leg uit hoe je aan de grafiek kunt zien dat het aantal champignonkwekerijen exponentieel is afgenomen.
- 4p **d** Bereken de halveringstijd van het aantal champignonkwekerijen in de periode 2000 - 2015. Geef je antwoord in maanden nauwkeurig.

In de provincie Noord-Brabant neemt het aantal champignonkwekerijen ook al jaren af. Daar staat tegenover dat de gemiddelde oppervlakte per kwekerij juist is toegenomen. Het verband tussen het aantal kwekerijen en de gemiddelde oppervlakte per kwekerij is omgekeerd evenredig. Op 1 januari 2017 waren er 50 kwekerijen met een gemiddelde oppervlakte van 5400 m<sup>2</sup>. Op 1 januari 2020 waren er 4 kwekerijen minder.

- 2p **e** Bereken de gemiddelde oppervlakte per kwekerij in m<sup>2</sup> op 1 januari 2020.

## Opgave 5: Geluid

De sterkte van geluid wordt vaak uitgedrukt in decibel (dB). Je kunt de geluidssterkte berekenen met de volgende formule:

$$S = 10 \cdot \log\left(\frac{I}{10^{-12}}\right)$$

Hierbij is:

- $S$  de geluidssterkte (in dB)
- $I$  de intensiteit van het geluid (in Watt per  $m^2$ )

De intensiteit van het geluid van een stofzuiger is  $10^{-5}$  Watt per  $m^2$ .

- 1p **a** Laat met een berekening zien dat een stofzuiger 70 dB produceert.

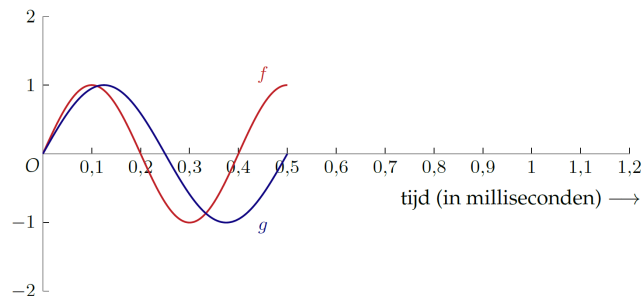
Een bekende vuistregel is: 'Als de intensiteit van geluid verdubbelt, dan neemt de geluidssterkte met ongeveer 3 dB toe'. Je kunt deze vuistregel aantonen door de uitdrukking  $10 \cdot \log\left(\frac{2 \cdot I}{10^{-12}}\right)$  te herleiden tot de vorm  $10 \cdot \log\left(\frac{I}{10^{-12}}\right) + a$  waarbij  $a \approx 3$ .

- 3p **b** Voer deze herleiding uit en bereken  $a$  in twee decimalen nauwkeurig.

Je kunt de formule van  $S$  herleiden tot de vorm  $I = 10^{p \cdot S - q}$

- 4p **c** Voer deze herleiding uit en geef de waarden van  $p$  en  $q$ .

Geluid plant zich voort in de vorm van geluidsgolven. Hieronder zie je de grafieken van twee geluidsgolven  $f$  en  $g$ . Deze figuur staat uitvergroot op de uitwerkbijlage.



De grafieken van  $f$  en  $g$  snijden elkaar op de horizontale as in de oorsprong.

- 2p **d** Na hoeveel milliseconden snijden de grafieken elkaar voor het eerst voor weer op de horizontale as? Je mag hierbij de figuur op de uitwerkbijlage gebruiken.

Voor een derde geluidsgolf  $h$  geldt:

- De amplitude van  $h$  is twee keer zo groot als de amplitude van  $f$ .
- De periode van  $h$  is de helft van de periode van  $f$ .
- Op tijdstip  $t = 0$  is de grafiek van  $h$  maximaal.

Bij de geluidsgolf  $h$  kun je een functievoorschrift opstellen van de vorm  $h(t) = b \cdot \sin(c(t - d))$ . Hierbij is  $t$  de tijd in milliseconden.

- 4p **e** Geef mogelijke waarden voor  $b$ ,  $c$  en  $d$ . Leg duidelijk uit hoe je aan je antwoord komt.

## Opgave 6: Autoproductie

Auto's worden meestal in series geproduceerd. Omdat het productieproces bij iedere volgende serie steeds iets efficiënter wordt, daalt het aantal arbeidsuren per auto met het serienummer.



In deze opgave bekijken we een type auto waarvoor geldt:

$$t(n) = 1000 \cdot n^{-0,8}$$

Hierbij is  $t(n)$  het aantal arbeidsuren dat nodig is om een auto in de  $n$ -de serie te produceren.

- 2p **a** Bereken met hoeveel procent het aantal arbeidsuren per auto afneemt tussen de eerste en de tweede serie. Rond je antwoord af op één decimaal.
- 3p **b** Bereken de afgeleide van  $t$  en leg met behulp van de formule van de afgeleide uit dat het aantal arbeidsuren inderdaad afneemt bij iedere volgende serie.

Je kunt de formule  $t = 1000 \cdot n^{-0,8}$  herleiden tot een vorm waarbij het serienummer  $n$  is uitgedrukt in het aantal arbeidsuren  $t$ .

- 3p **c** Voer deze herleiding uit en vereenvoudig zo ver mogelijk.