BOSWELL-BÈTA

James Boswell Examen

Wiskunde B havo

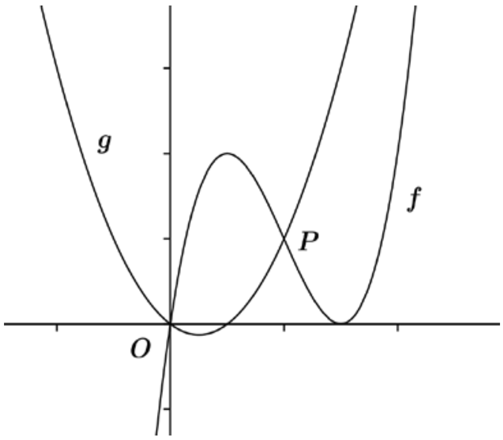
in samenwerking met het Freudenthal instituut van de Universiteit Utrecht

Datum:	Voorbeeldexamen
Tijd:	
Aantal vragen:	5
Aantal subvragen:	20
Aantal bijlagen:	0
Totaal aantal punten:	86

- Vermeld op ieder vel je naam.
- Maak iedere opgave op een apart vel.
- Laat bij iedere opgave door middel van een berekening of motivatie zien hoe het antwoord is verkregen (o.a. bij gebruik van de grafische rekenmachine).
  Aan een antwoord zonder toelichting worden geen punten toegekend.
- Schrijf goed leesbaar met inkt. Het gebruik van tipp-ex e.d. of het schrijven met potlood is niet toegestaan.
  Gebruik uitsluitend een potlood voor het maken van een tekening.
- Toegestane hulpmiddelen:
  - Grafische rekenmachine
  - Tekenmateriaal.

1 Twee machtsfuncties

In de figuur hiernaast zijn de grafieken getekend van de volgende twee functies:
$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ en $g(x) = x^2 - x$



6p **a** Bereken exact van beide grafieken de coördinaten van de toppen.

De grafieken van f en g snijden elkaar in drie punten. Twee daarvan zijn $O(0,0)$ en $P(2,2)$.

4p **b** Bereken exact de coördinaten van het derde snijpunt van de grafieken van f en g .

De raaklijn in P aan de grafiek van f is de lijn $y = -3\,x + 8$.
De raaklijn in P aan de grafiek van g is de lijn $y = 3\,x - 4$.

4p **c** Toon op exacte wijze aan dat beide raaklijnen inderdaad de genoemde vergelijkingen hebben.

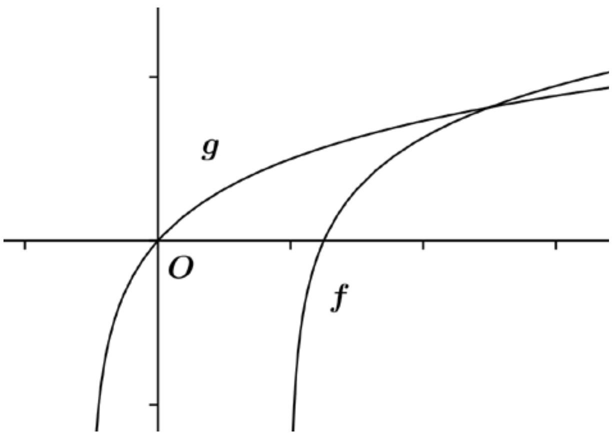
5p **d** Bepaal algebraïsch de hoek tussen deze twee raaklijnen, afgerond op één decimaal.

2 Twee logaritmische functies

Gegeven zijn de volgende twee functies:

$f(x) = {}^3\log(2x - 4)$ en
$g(x) = {}^3\log(x + 1)$

In de figuur zijn de grafieken getekend van deze functies



2p **a** Bepaal van elk van deze functies het domein.

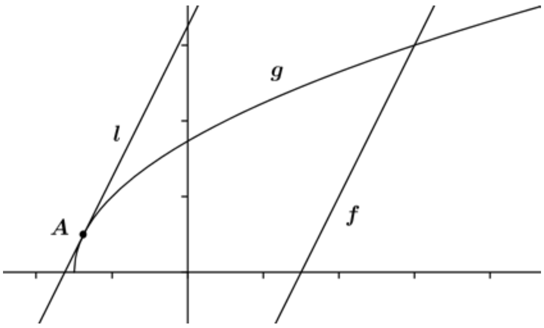
3p **b** Bereken exact voor welke waarden van x geldt: $f(x) < g(x)$.

6p **c** Los exact op: $g(x) - f(x) = 1$

3p **d** Het functievoorschrift van f kun je schrijven als $y = {}^3\log(2\,x - 4)$.
Deze formule kun je omschrijven tot $x = 2 + \frac{1}{2}.3^y$.
Laat dit met een exacte berekening zien.

→

3 Een wortelfunctie



Gegeven zijn de volgende functies:
$f(x) = 2x - 3$ en
$g(x) = \sqrt{2x+3}$.

7p **a** Toon met een exacte berekening aan dat de grafieken van deze functies één snijpunt hebben.

3p **b** Voor welke waarden van *x* geldt: $f(x) < g(x)$?

4p **c** Toon aan dat $g'(x) = \frac{1}{\sqrt{2x+3}}$

In de figuur is een lijn *l* getekend die raaklijn is aan de grafiek van *g* en die evenwijdig is aan de grafiek van *f*.
Het raakpunt met de grafiek van *g* is het punt *A*.

5p **d** Bereken exact de coördinaten van *A*.

4 Daglengte

Met de daglengte bedoelen we de tijd die ligt tussen het moment van zonsopkomst en het moment van zonsondergang. In Nederland varieert de daglengte door het jaar heen aanzienlijk.
De daglengte kan benaderd worden met de volgende formule:

$$L(t) = 12{,}3 + 4{,}4 \sin\left(\frac{\pi}{6}(t - 2{,}7)\right)$$

In deze formule is $L(t)$ de daglengte in uren, en *t* is de tijd in maanden, waarbij *t* = 0 op 1 januari, *t* = 1 op 1 februari enz.

2p **a** Bepaal de daglengte in uren op 1 maart. Rond je antwoord af op twee decimalen.

3p **b** Met hoeveel minuten per dag neemt de daglengte gemiddeld toe tussen 1 maart en 1 april ? Rond dit aantal minuten af op één decimaal.

6p **c** Bij welke waarden van *t* is de daglengte gelijk aan 14,5 uren ? Geef een exacte berekening.

5p **d** In de Noorse stad Bergen is de daglengte gemiddeld even groot als in Nederland.
De langste dag is daar 2 uur langer en de kortste dag is daar 2 uur korter dan bij ons, maar wel op dezelfde data.
Geef een formule voor de daglengte in Bergen. Gebruik hiervoor een formule met een cosinus in plaats van een sinus.

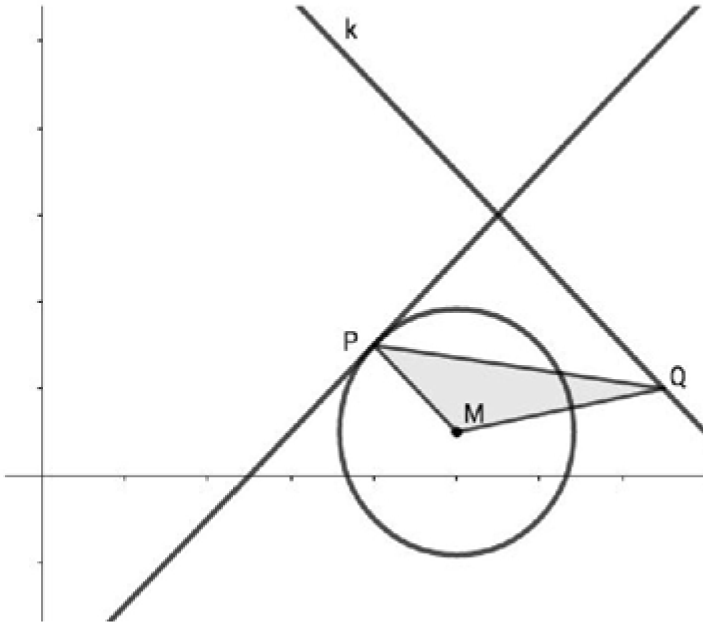
→

5 Een cirkel en een driehoek

Gegeven is de cirkel c met de volgende vergelijking:

$$x^2 - 20x + y^2 - 2y + 93 = 0$$

Met middelpunt van c is het punt $M(10, 1)$ en de straal is $2\sqrt{2}$.



3p **a** Toon dit aan door de vergelijking van c om te schrijven tot een middelpuntsvergelijking.

Op c ligt het punt $P(8, 3)$.
Lijn l is de raaklijn door P aan c .

4p **b** Bepaal op exacte wijze een vergelijking van l .

Bovendien is gegeven een lijn k met vergelijking $-x - y + 17 = 0$.

6p **c** Bereken exact de afstand van k tot c .

In de figuur is driehoek PQM getekend waarbij Q (15, 2) een punt is van k .

5p **d** Bereken $\angle M$ van driehoek PQM met behulp van de cosinusregel.

EINDE