

## Voorbeeldexamen

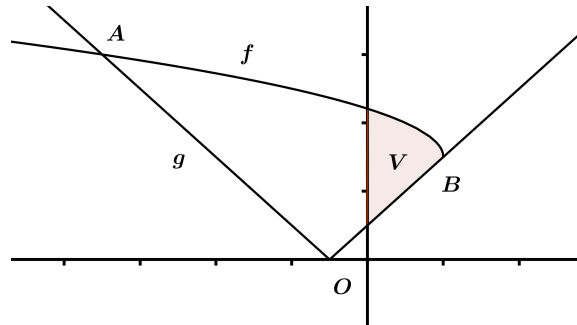
### Opgave 1

Gegeven zijn de functies  $f(x) = 3 + \sqrt{2-x}$  en  $g(x) = |x+1|$ .

De grafieken van  $f$  en  $g$  snijden elkaar in de punten  $A(-7, 6)$  en  $B(2, 3)$ .

6 p **a** Toon dit aan door de vergelijking  $f(x) = g(x)$  exact op te lossen.

5 p **b** De raaklijn in  $B$  aan de grafiek van  $f$  maakt een hoek  $\alpha$  met de grafiek van  $g$ . Bereken deze hoek in graden, afgerond op één decimaal.



$V$  is het vlakdeel dat in het eerste kwadrant ligt, en dat wordt begrensd door de grafieken van  $f$  en  $g$  en de  $y$ -as.

4 p **c** Bereken exact de oppervlakte van  $V$ .

5 p **d** Bereken met behulp van je GRM de inhoud van het omwentelingslichaam dat ontstaat bij wenteling van  $V$  om de  $y$ -as.

### Opgave 2

Gegeven is de functie  $f(x) = \frac{1 - 2 \ln(x)}{\ln(x)}$ .

In de figuur is de grafiek van  $f$  getekend.

Bovendien is voor iedere waarde van  $p$  gegeven de functie  $g_p(x) = p - \ln(x)$ .

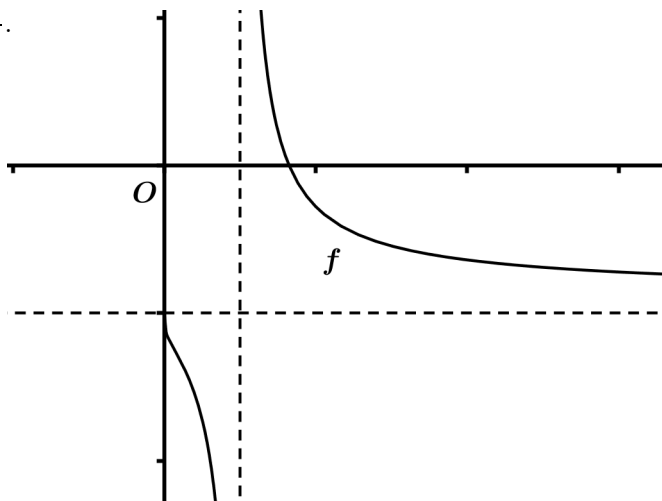
3 p **a** De grafiek van  $f$  heeft twee asymptoten. Bepaal op exacte wijze de vergelijkingen van deze asymptoten.

5 p **b** Toon de volgende formules aan voor de eerste en de tweede afgeleide van  $f$ :

$$f'(x) = \frac{-1}{x \cdot \ln^2(x)} \text{ en } f''(x) = \frac{2 + \ln(x)}{x^2 \cdot \ln^3(x)}$$

5 p **c** De grafiek van  $f$  heeft één buigpunt. Bepaal exact een vergelijking van de buigraaklijn.

5 p **d** Er zijn twee waarden van  $p$  waarvoor de grafieken van  $f$  en  $g_p$  elkaar raken. Bereken deze waarden exact.



### Opgave 3

Gegeven zijn twee cirkels,  $c_1$  en  $c_2$  die elkaar raken.

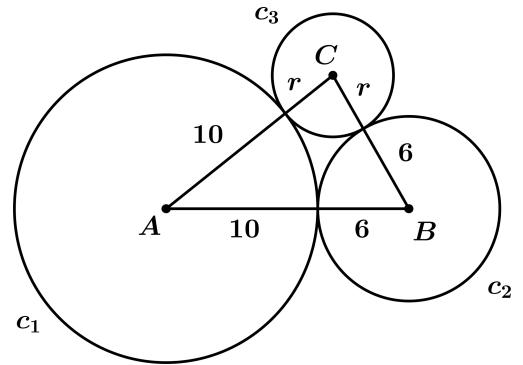
Het middelpunt van  $c_1$  is  $A$ , de straal is 10.

Van  $c_2$  is  $B$  het middelpunt, de straal is 6.

Een derde cirkel raakt zowel  $c_1$  als  $c_2$ .

Het middelpunt van  $c_3$  is  $C$ , de straal noemen we  $r$ .

Van  $\triangle ABC$  is gegeven dat  $\angle B = 60^\circ$ .



- 4p **a** Bereken  $r$  exact.

We brengen nu een assenstelsel aan met de lijn door  $A$  en  $B$  als  $x$ -as. Het raakpunt van  $c_1$  en  $c_2$  is de oorsprong.

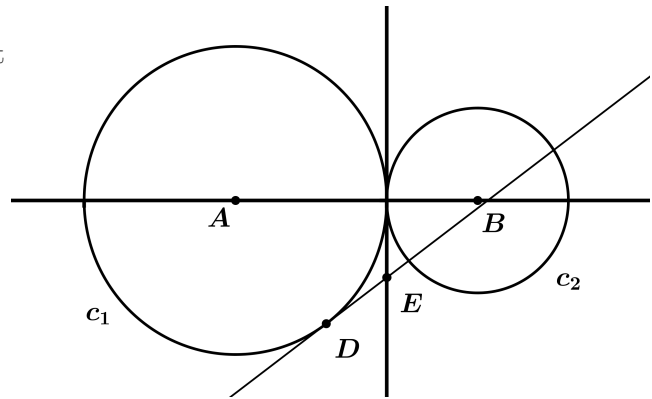
De vergelijkingen van  $c_1$  en  $c_2$  zijn dan:

$$c_1: (x + 10)^2 + y^2 = 100 \text{ en}$$

$$c_2: (x - 6)^2 + y^2 = 36$$

Op  $c_1$  ligt het punt  $D(-4, -8)$ .

De raaklijn in  $D$  aan  $c_1$  snijdt  $c_2$  in twee punten.



- 5p **b** Bepaal een vectorvoorstelling van die raaklijn en bereken algebraïsch de coördinaten van de twee snijpunten met  $c_2$ , afgerond op één decimaal.

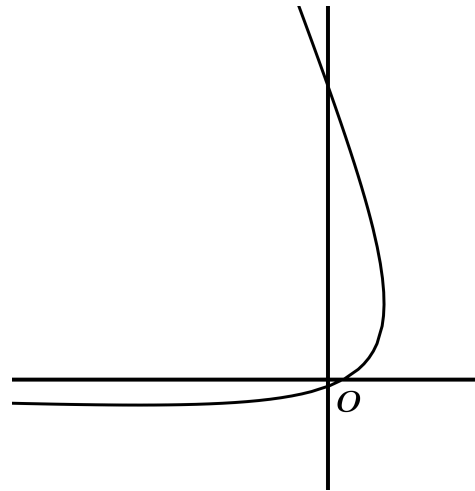
Het snijpunt van de genoemde raaklijn met de  $y$ -as is  $E(0, -5)$ . Door  $E$  kun je twee raaklijnen trekken aan  $c_2$ . Eén daarvan is de  $y$ -as.

- 7p **c** Bepaal op exacte wijze een vergelijking van de andere raaklijn door  $E$  aan  $c_2$ .

### Opgave 4

Een punt  $P$  beweegt zich over een kromme met de volgende parametervoorstelling:  $\begin{cases} x(t) = 3t - e^t \\ y(t) = e^{2t} - 2e^t \end{cases}$ .

Op de kromme ligt één punt waarin de raaklijn verticaal is, en eveneens één punt waarin de raaklijn horizontaal is.



- 5 p **a** Toon dit aan en bereken exact de coördinaten van deze punten.
- De kromme heeft één snijpunt met de  $x$ -as.
- 3 p **b** Bereken exact de helling van de kromme in dat punt.
- 5 p **c** De baanversnelling in dat punt kun je schrijven in de vorm  $q\sqrt{5}$ . Bereken  $q$  exact.
- 6 p **d** Bereken  $p$  exact als gegeven is dat de lijn  $y = -20x + p$  raaklijn is aan de kromme.

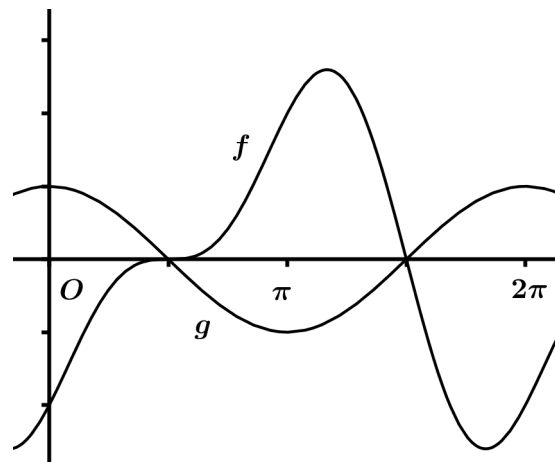
### Opgave 5

Op het domein  $[0, 2\pi]$  zijn de volgende functies gegeven.

$$f(x) = \sin(2x) - 2\cos(x), \text{ en}$$

$$g(x) = \cos(x)$$

In de figuur hiernaast zijn de grafieken van  $f$  en  $g$  getekend.



- 3 p **a** Bereken exact de coördinaten van de gemeenschappelijke punten van de grafieken van  $f$  en  $g$ .
- 6 p **b** Bereken exact het bereik van  $f$ .
- $V$  is het vlakdeel dat begrensd wordt door de grafieken van  $f$  en  $g$  tussen  $x = \frac{1}{2}\pi$  en  $x = 1\frac{1}{2}\pi$ .
- 4 p **c** Bereken exact de oppervlakte van  $V$ .
- De functie  $h(x)$  is gedefiniëerd door  $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ .
- 4 p **d** Toon aan dat de grafiek van  $h(x)$  twee perforaties heeft op het gegeven domein, en bereken op exacte wijze de coördinaten van deze perforaties.