BOSWELL-BÈTA

James Boswell Examen

VWO Wiskunde A – Voorbeeldexamen 2

CORRECTIEMODEL

Datum:	
Tijd:	3 uur
Aantal vragen:	6
Aantal subvragen:	22
Aantal bijlagen	0
Totaal aantal punten:	74

Vakspecifieke regels voor de beoordeling

1. Voor elke rekenfout wordt 1 scorepunt in mindering gebracht tot het maximum van het aantal scorepunten dat voor dat deel van die vraag kan worden gegeven.
2. Indien in een antwoord een gevraagde verklaring, uitleg, afleiding of berekening ontbreekt dan wel foutief is, worden 0 scorepunten toegekend tenzij in het beoordelingsmodel anders is aangegeven. Dit geldt ook bij vragen waarbij de kandidaten de grafische rekenmachine (GR) gebruiken. Bij de betreffende vragen geven de kandidaten een toelichting waaruit blijkt hoe zij de GR hebben gebruikt (die in ieder geval bestaat uit vermelding van de ingevoerde formule(s) (of lijst(en)), de gebruikte optie(s) en het resultaat).
3. Als de kandidaat bij de beantwoording van een vraag een notatiefout heeft gemaakt en als gezien kan worden dat dit verder geen invloed op het eindantwoord heeft, dan wordt hiervoor *geen* scorepunt in mindering gebracht. Bij gebrek aan deze zichtbaarheid zal wél puntenaftrek moeten volgen.
4. Een fout in de uitwerking van een vraag wordt maar één keer aangerekend, tenzij daardoor de vraag aanzienlijk vereenvoudigd wordt en/of tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.
5. Een zelfde fout in de beantwoording van verschillende vragen moet steeds opnieuw worden aangerekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.
6. Indien slechts één voorbeeld, reden, uitwerking of andersoortig antwoord wordt gevraagd, wordt uitsluitend het eerst gegeven antwoord beoordeeld; indien meer dan één voorbeeld, reden, uitwerking of andersoortig antwoord gevraagd wordt, worden uitsluitend de eerst gegeven antwoorden beoordeeld, tot maximaal het gevraagde aantal.
7. Als de kandidaat bij het eindantwoord geen eenheid heeft gegeven en deze wel bij het antwoord hoort, dan wordt 1 scorepunt in mindering gebracht, tenzij de eenheid al in de vraag vermeld is.
8. Als bij een vraag doorgerekend wordt met afgeronde tussenantwoorden en dit leidt tot een ander eindantwoord dan wanneer doorgerekend is met niet-afgeronde tussenantwoorden, dan wordt bij de betreffende vraag 1 scorepunt in mindering gebracht. Tussenantwoorden mogen wel afgerond *genoteerd* worden.
Uitzondering hierop zijn die gevallen waarin door de context wordt bepaald dat tussenantwoorden moeten worden afgerond.
De aftrek voor hierboven genoemde afrondfouten en/of fouten bij het afronden van het eindantwoord bedraagt voor het hele examen <u>maximaal 2 scorepunten</u>.

Toelichting bij vakregel **8.**
Het gedwongen afronden van tussenantwoorden kan onder andere (maar niet uitsluitend) in de volgende situaties voorkomen:

- het geldbedrag van een afzonderlijk product moet worden afgerond op twee decimalen;
- het aantal personen, dingen, etc. In een concrete situatie (dus bijvoorbeeld niet een gemiddelde of een verwachtingswaarde) moet worden afgerond op helen.

Het gedwongen hanteren van een minimale nauwkeurigheid van het antwoord kan onder andere (maar niet uitsluitend) in de volgende situaties voorkomen:

- het antwoord wijkt bij een beperkte nauwkeurigheid niet af van een triviale uitkomst. Dit kan bijvoorbeeld het geval zijn bij het afronden van een groeifactor of een kans naar 0 of 1. Een kans van $\left(\frac{1}{6}\right)^5$ mag bijvoorbeeld worden afgerond tot $0{,}0001$, maar niet tot $0{,}000$.

Het gedwongen naar boven of naar beneden afronden van antwoorden (al dan niet tegen de afrondregels in) kan onder andere (maar niet uitsluitend) in de volgende situaties voorkomen:

- uit de formulering van de vraag volgt dat een minimale of maximale hoeveelheid is gevraagd (bijvoorbeeld: ‘Hoe ver moet een atlete *ten minste* springen om een bepaald aantal punten te halen?’)

Opgave 1: Differentiëren

a	$f(x) = 2x^3 - x^{-\frac{1}{2}}$ $f'(x) = 6x^2 + \frac{1}{2}x^{-1\frac{1}{2}}$ Herschrijven tot $f'(x) = 6x^2 + \frac{1}{2x\sqrt{x}}$ (of $f'(x) = 6x^2 + \frac{1}{2\sqrt{x^3}}$)	1 1 2
b	$g'(x) = 3x \cdot \frac{1}{x} + 3 \cdot \ln(x)$ $(= 3 + 3 \cdot \ln(x))$ *Als de kandidaat de productregel niet gebruikt, géén punten toekennen aan de afgeleide.* $a = g'(1) = 3 + 3 \cdot \ln(1) = 3$, (dus de raaklijn is van de vorm $y = 3x + b$) De coördinaten van $(1, 0)$ invullen geeft $0 = 3 \cdot 1 + b$, dus $b = -3$.	2 1 1
c	$h'(x) = 3x^2 - 12$. $h'(x) = 0$ oplossen geeft $x^2 = 4$. Dus $x = -2$ of $x = 2$. *De kandidaat mag $h'(x) = 0$ ook met de GR oplossen.* $h(-2) = 24$. De coördinaten zijn $(-2, 24)$, dit is een maximum. $h(2) = -8$. De coördinaten zijn $(2, -8)$, dit is een minimum.	1 1 1 1 1

Opgave 2: De *Birthday Paradox*

a	$\text{P(twee of meer op dezelfde dag)} = 1 - \text{P(niet op dezelfde dag)}$ $= 1 - 0{,}9918 = 0{,}0082$.	1 1
b	$\text{P(alle drie op dezelfde dag jarig)} = \frac{1}{365} \cdot \frac{1}{365} \left(= \frac{1}{133\,225} \approx 0{,}000\,0075\right)$	2
c	$\text{P(}\textbf{niet}\text{ op dezelfde dag jarig)} = \frac{365 \cdot 364 \cdot \ldots \cdot 344 \cdot 343}{365^{23}} \left(= \frac{365\ nPr\ 23}{365^{23}}\right) \approx 0{,}4927$. $\text{P(twee of meer op dezelfde dag)} = 1 - \text{P(niet op dezelfde dag)}$ $= 1 - 0{,}4927 = 0{,}5073$. (Deze kans is groter dan 50%.)	2 1 1

Opgave 3: Fooi

a	Om het bedrag te schatten, gebruik je de klassenmiddens (2,5; 7,5; …) $2 \cdot 2{,}5 + 17 \cdot 7{,}5 + 48 \cdot 12{,}5 + 29 \cdot 17{,}5 + 4 \cdot 22{,}5 = 1330$ euro.	1 2
b	X = aantal klanten dat een fooi geeft. $X \sim Bin(10, 0.8)$ $P(X \leq 8) = binomcdf(8, 10, 0.8) \approx 0{,}6242$ *1 pt voor beschrijven hoe kans kan worden berekend, 1 pt voor antwoord.*	 2
c	Bij 5 dollar is de fooi: $F = 0{,}127 \cdot 5 + 1{,}21 = 1{,}845$ euro. Dus de fooi is $\frac{1{,}845}{5} \cdot 100 = 36{,}9\%$ van de totale rekening. Bij 90 dollar is de fooi: $F = 0{,}127 \cdot 90 + 1{,}21 = 12{,}64$ euro. Dus de fooi is $\frac{12{,}64}{90} \cdot 100 \approx 14{,}04\%$ van de totale rekening. (Het percentage is dus hoger bij 5 euro)	1 1 1 1
d	Het vaste gedeelte / de beginwaarde van 1,21 moeten de mensen bij manier 2 vier keer betalen en bij manier 1 maar één keer. Het variabele gedeelte van $0{,}127R$ is bij beide manieren gelijk. Dus manier 2 levert het grootste bedrag aan fooien op.	2 1 1

Opgave 4: Griepepidemie[1]

a	De periode week 50 – week 14 is 16 weken lang. Iedere week neemt het aantal griepgevallen met $\frac{170-25}{16} = 9{,}0625$ toe. 1 januari 2018 is 3 weken na het begin van week 50. Dus $25 + 3 \cdot 9{,}09625 \approx 52$ personen per 100 000 inwoners.	1 1 1 1
b	$g_{week} = \left(\frac{170}{25}\right)^{\frac{1}{16}} \approx 1{,}127.$ $a = \ln(1{,}127) \approx 0{,}120.$ Dus $N = 25 \cdot \mathrm{e}^{0{,}120 \cdot t}$	2 1 1
c	$\frac{dN}{dt} = 25 \cdot 0{,}120 \cdot \mathrm{e}^{0{,}120 \cdot t} = 3 \cdot \mathrm{e}^{0{,}120 \cdot t}$ *kettingregel vergeten = 1 punt aftrek.* De groeisnelheid op 1 jan. 2018 is $3 \cdot \mathrm{e}^{0{,}120 \cdot 3} \approx 4{,}3$ (personen / week) *Bij gebruik alternatieve formule:* $\frac{dN}{dt} = 2{,}709 \cdot \mathrm{e}^{0{,}129 \cdot t}$ en de groeisnelheid is 4,0 (personen / week)	2 1
d	$N = 25 \cdot \mathrm{e}^{0{,}120t}$ herleiden tot $0{,}120t = \ln\left(\frac{1}{25}N\right)$ $t = \frac{1}{0{,}120} \cdot \ln\left(\frac{1}{25}N\right)$ (of een equivalente uitdrukking) De griepepidemie begon op $t = \frac{1}{0{,}120} \cdot \ln\left(\frac{1}{25} \cdot 51\right) \approx 5{,}9.$ Dit is in week 3 van 2018. *Bij gebruik alternatieve formule:* $t = \frac{1}{0{,}129} \cdot \ln\left(\frac{1}{21} \cdot 51\right) \approx 6{,}9$. Dus week 4 van 2018.	1 1 1 1
e	$g_{\mathrm{week}} = 1{,}213$ $g_{\mathrm{dag}} = (1{,}213)^{\frac{1}{7}} \approx 1{,}028$ Dus met 2,8% per dag.	1 1 1

[1] In deze opgave maximaal 2 scorepunten aftrekken als de kandidaat 'verkeerd' telt, dus bijvoorbeeld aangeeft dat de periode week 50 – week 14 in totaal 17 weken lang is.

Opgave 5: Bloeddruk

a	$a = \frac{76+120}{2} = 98$ (mmHg) $b = (120 - 98) = 22$ (mmHg) De periode is $\frac{60}{75} = 0{,}8$ seconde. Dus $c = \frac{2\pi}{0{,}8}$ $(\approx 7{,}85)$ $d = \frac{3}{4} \cdot 0{,}8 = 0{,}6$ (evt. plus of min een veelvoud van 0,8)	1 1 1 1 1
b	De maximale bloeddruk is $115 + 25 = 140$ De periode is $\frac{2\pi}{2{,}8\pi}$ $(\approx 0{,}714)$ Dus het gemiddelde aantal hartslagen per minuut is $\frac{60}{0{,}714} = 84$.	1 1 1
c	$H_0: \mu = 120$ (mmHg) $H_a: \mu > 120$ (mmHg) ($\mu =$ de gemiddelde bovendruk van de patiënt)	1 1
d	De standaardfout is gelijk aan $\frac{6{,}1}{\sqrt{20}}$ $(\approx 1{,}36 \text{ mmHg})$ $P(\overline{X} > 122{,}2) = normalcdf\left(122.2, 10^{99}, 120, \frac{6{,}1}{\sqrt{20}}\right) \approx 0{,}053$. $0{,}053 > 0{,}05$ $(= \alpha)$ (Bij $\alpha = 0{,}05$ verwerpen we H_0 **niet** en is H_a **niet** aangetoond). Dus de huisarts kan niet concluderen dat de gemiddelde bovendruk van de patiënt groter is dan 120 mmHg. (of iets van gelijke strekking)	1 1 1 1

Opgave 6: Een piramide

a	Iedere laag komen er 4 blokken bij. Voor $n = 5$ en $n = 6$ is het aantal blokken gelijk aan $12 + 4 = 16$ en $16 + 4 = 20$	1 1
b	$b_n = 4 + 4 \cdot (n - 2)$ Als de kandidaat opschrijft $b_n = -4 + 4n$ of $b_n = 0 + 4 \cdot (n - 1)$ met de opmerking dat $n \geq 2$ dit goed rekenen.	2
c	Het aantal lagen is gelijk aan $\frac{138}{0{,}15} = 920$. De laatste (onderste laag) telt $b_{920} = 4 + 4 \cdot (920 - 2) = 3676$ blokjes. Voor laag 2 t/m laag 920 kun je het aantal blokken berekenen met de somformule voor een rekenkundige rij: $S = \frac{1}{2} \cdot 919 \cdot (4 + 3676) = 1690960$ De eerste (bovenste laag) is 1 blokje. Dus voor de piramide zijn volgens dit model 1 690 961 blokjes gebruikt.	1 1 1 1