BOSWELL-BÈTA

James Boswell Examen

HAVO Wiskunde B

Correctiemodel

Datum:	Voorbeeldexamen 1
Tijd:	3 uur
Aantal opgaven:	7
Aantal vragen:	18
Aantal bijlagen:	0
Totaal aantal punten:	74

Vakspecifieke regels voor de beoordeling

1. Voor elke rekenfout, notatiefout of verschrijving wordt 1 scorepunt in mindering gebracht tot het maximum van het aantal scorepunten dat voor dat deel van die vraag kan worden gegeven.
2. Indien in een antwoord een gevraagde verklaring, uitleg, afleiding of berekening ontbreekt dan wel foutief is, worden 0 scorepunten toegekend tenzij in het beoordelingsmodel anders is aangegeven. Dit geldt ook bij vragen waarbij de kandidaten de grafische rekenmachine (GR) gebruiken. Bij de betreffende vragen geven de kandidaten een toelichting waaruit blijkt hoe zij de GR hebben gebruikt (die in ieder geval bestaat uit vermelding van de ingevoerde formule(s) (of lijst(en)), de gebruikte optie(s) en het resultaat).
3. Een fout in de uitwerking van een vraag wordt maar één keer aangerekend, tenzij daardoor de vraag aanzienlijk vereenvoudigd wordt en/of tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.
4. Een zelfde fout in de beantwoording van verschillende vragen moet steeds opnieuw worden aangerekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.
5. Indien slechts één voorbeeld, reden, uitwerking of andersoortig antwoord gevraagd wordt, wordt uitsluitend het eerst gegeven antwoord beoordeeld; indien meer dan één voorbeeld, reden, uitwerking of andersoortig antwoord gevraagd wordt, worden uitsluitend de eerst gegeven antwoorden beoordeeld, tot maximaal het gevraagde aantal.
6. Als de kandidaat bij het eindantwoord geen eenheid heeft gegeven en deze wel bij het antwoord hoort, dan wordt 1 scorepunt in mindering gebracht, tenzij de eenheid al in de vraag vermeld is.
7. Als bij een vraag doorgerekend wordt met afgeronde tussenantwoorden en dit leidt tot een ander eindantwoord dan wanneer doorgerekend is met niet-afgeronde tussenantwoorden, dan wordt bij de betreffende vraag 1 scorepunt in mindering gebracht. Tussenantwoorden mogen wel afgerond *genoteerd* worden.

1	**a**	$f(x) = 0$ geeft ($x = 0$ of) $3x^2 - 4x - 36 = 0$	1
		De discriminant is gelijk aan $(-4)^2 - 4 \cdot 3 \cdot -36 = 448$	1
		$x_C = \frac{4-\sqrt{448}}{6} \left(= \frac{4-8\sqrt{7}}{6} = \frac{2-4\sqrt{7}}{3}\right)$ en $x_D = \frac{4+\sqrt{448}}{6} \left(= \frac{4+8\sqrt{7}}{6} = \frac{2+4\sqrt{7}}{3}\right)$	1
	b	$f(x) = -3x^4 + 4x^3 + 36x^2$	1
		$f'(x) = -12x^3 + 12x^2 + 72x$	1
		$f'(x) = 0$ geeft $-12x(x^2 - x - 6) = 0$	1
		Dit geeft ($x = 0$ of) $(x+2)(x-3) = 0$ dus $x_A = -2$ en $x_B = 3$	1
		$f(-2) = 64$ en $f(3) = 189$ Dus $A(-2, 64)$ en $B(3, 189)$	1

2	**a**	Inzicht dat driehoek ABC gelijkvormig is met driehoek EDC (want $\angle A = 90°$ en $\angle CED = 90°$ en $\angle ACB = \angle ECD$)	1
		Hieruit volgt: $\frac{AB}{ED} = \frac{BC}{DC}$ ofwel $\frac{AB}{6} = \frac{20}{10}$ dus $AB = 12$	1
		De stelling van Pythagoras in driehoek ABC geeft: $AC = \sqrt{20^2 - 12^2} = \sqrt{256} = 16$	1
		De oppervlakte van driehoek ABC is $\frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 16 = 96$	1
	b	De sinusregel in driehoek PQR geeft: $\frac{QR}{\sin(\angle P)} = \frac{PR}{\sin(\angle Q)}$ ofwel $\frac{25}{\sin(\angle P)} = \frac{20}{\sin(40°)}$	1
		$\sin(\angle P) = \frac{25 \cdot \sin(40°)}{20}$ dus $\angle P = 53{,}464\ldots°$	1
		$\angle R = 180° - 40° - 53{,}464\ldots° = 86{,}535\ldots°$	1
		De cosinusregel in driehoek SQR geeft: $QS^2 = SR^2 + QR^2 - 2 \cdot SR \cdot QR \cdot \cos(\angle R)$ $QS^2 = 12^2 + 25^2 - 2 \cdot 12 \cdot 25 \cdot \cos(86{,}535\ldots°) = 732{,}745\ldots$ De kandidaat kan ook eerst PQ berekenen met behulp van de sinusregel en dan in driehoek PQS met behulp van de cosinusregel QS^2 berekenen	1
		$QS = \sqrt{732{,}745\ldots} \approx 27{,}07$	1

3	**a**	$f(x) = 0$ geeft $2\sin\left(\frac{1}{2}\left(x - \frac{4}{3}\pi\right)\right) + 1 = 0$ $\sin\left(\frac{1}{2}\left(x - \frac{4}{3}\pi\right)\right) = -\frac{1}{2}$	1
		$\frac{1}{2}\left(x - \frac{4}{3}\pi\right) = -\frac{1}{6}\pi + k \cdot 2\pi$ of $\frac{1}{2}\left(x - \frac{4}{3}\pi\right) = \frac{7}{6}\pi + k \cdot 2\pi$	1
		$x - \frac{4}{3}\pi = -\frac{1}{3}\pi + k \cdot 4\pi$ of $x - \frac{4}{3}\pi = \frac{7}{3}\pi + k \cdot 4\pi$	1
		$x_A = \pi$ en $x_B = \frac{11}{3}\pi$ $\left(= 3\frac{2}{3}\pi\right)$	1
	b	De evenwichtsstand van f is 1, dus de evenwichtsstand van g is ook 1 en dus $a = 1$	1
		De amplitude van f is 2, dus de amplitude van g is $3 \cdot 2 = 6$ en dus $b = 6$	1
		De periode van f is $\frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$, dus de periode van g is $\frac{4\pi}{2} = 2\pi$ en dus $c = \frac{2\pi}{2\pi} = 1$	1
		De grafiek van f gaat stijgend door de evenwichtsstand in het punt $\left(\frac{4}{3}\pi, 1\right)$ De functie g is een cosinusfunctie, dus het beginpunt van de grafiek ligt een kwart periode na het punt waarin de grafiek stijgend door de evenwichtsstand gaat, dus $d = \frac{4}{3}\pi + \frac{1}{4} \cdot 2\pi = \frac{11}{6}\pi$ $\left(= 1\frac{5}{6}\pi\right)$	1
		Het functievoorschrift van g is $g(x) = 1 + 6\cos\left(x - \frac{11}{6}\pi\right)$	

4	**a**	Kwadraat afsplitsen: $c: x^2 + (y-5)^2 - 25 + 20 = 0$	1
		$c: x^2 + (y-5)^2 = 5$ Dus het middelpunt van c is $M(0, 5)$ en de straal is $\sqrt{5}$	1
		Stel dat l de lijn is door punt M die loodrecht staat op lijn k $\text{rc}_k = 2$, dus $\text{rc}_l = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}$	1
		Lijn $l: y = -\frac{1}{2}x + b$ door $M(0, 5)$ geeft $l: y = -\frac{1}{2}x + 5$	1
		Het snijpunt van k en l berekenen: $2x - 5 = -\frac{1}{2}x + 5$ $2\frac{1}{2}x = 10$, dus $x = 4$	1
		Invullen van $x = 4$ in $y = 2x - 5$ geeft het snijpunt $(4, 3)$	1
		De afstand tussen $M(0, 5)$ en $(4, 3)$ is $\sqrt{(4-0)^2 + (3-5)^2} = \sqrt{20}$	1
		De afstand tussen k en c is $\sqrt{20} - \sqrt{5} = 2\sqrt{5} - \sqrt{5} = \sqrt{5}$	1
	b	*Manier 1:*	
		Uit $x + y = 4$ volgt $x = -y + 4$	1
		Substitutie in de vergelijking van c geeft: $(-y + 4)^2 + y^2 - 10y + 20 = 0$	1
		$2y^2 - 18y + 36 = 0$ $y^2 - 9y + 18 = 0$	1
		$(y - 3)(y - 6) = 0$	1
		Hieruit volgt: $y = 3$ en $x = -3 + 4 = 1$ of $y = 6$ en $x = -6 + 4 = -2$ (Dus de snijpunten zijn $(-2, 6)$ en $(1, 3)$)	2
		Manier 2:	
		Uit $x + y = 4$ volgt $y = -x + 4$	1
		Substitutie in de vergelijking van c geeft: $x^2 + (-x + 4)^2 - 10(-x + 4) + 20 = 0$	1
		$2x^2 + 2x - 4 = 0$ $x^2 + x - 2 = 0$	1
		$(x + 2)(x - 1) = 0$	1
		Hieruit volgt: $x = -2$ en $y = -(-2) + 4 = 6$ of $x = 1$ en $y = -1 + 4 = 3$ (Dus de snijpunten zijn $(-2, 6)$ en $(1, 3)$)	2
	c	De raaklijn aan c door $O(0, 0)$ heeft de vorm $y = ax$	1
		Substitutie in de vergelijking van c geeft: $x^2 + (ax)^2 - 10(ax) + 20 = 0$	1
		$x^2 + a^2x^2 - 10ax + 20 = 0$ $(1 + a^2)x^2 - 10ax + 20 = 0$	1
		$D = (-10a)^2 - 4 \cdot (1 + a^2) \cdot 20 = 20a^2 - 80$	1
		Raken, dus $D = 0$. Hieruit volgt $a^2 = 4$, dus $a = 2$ of $a = -2$	1
		De raaklijnen aan de cirkel zijn de lijnen $y = 2x$ en $y = -2x$	1

5	**a**	$2x + 8 = 0$ geeft $x = -4$ (dus de verticale asymptoot van f is $x = -4$)	1
	b	*Manier 1:*	
		1. Een translatie van 8 naar links (dit geeft $y = {}^2\log(x + 8)$) 2. Een vermenigvuldiging van de grafiek t.o.v. de y-as met $\frac{1}{2}$ (dit geeft $y = {}^2\log(2x + 8)$)	2
		Manier 2:	
		1. Een vermenigvuldiging van de grafiek t.o.v. de y-as met $\frac{1}{2}$ (dit geeft $y = {}^2\log(2x)$) 2. Een translatie van 4 naar links (dit geeft $y = {}^2\log\big(2(x + 4)\big) = {}^2\log(2x + 8)$)	2
	c	$f(4) = {}^2\log(2 \cdot 4 + 8) = 4$	1
		$g(4) = 2^{4-1} - 4 = 8 - 4 = 4$ (dus $P(4, 4)$ is inderdaad een snijpunt van de grafieken van f en g)	1
	d	$f(x) = -2$ geeft ${}^2\log(2x + 8) = -2$ $2x + 8 = 2^{-2} = \frac{1}{4}$	1
		$2x = -7\frac{3}{4}$ Hieruit volgt $x_A = -\frac{31}{8}\left(= -3\frac{7}{8}\right)$	1
		$g(x) = -2$ geeft $2^{x-1} - 4 = -2$ $2^{x-1} = 2$ $x - 1 = 1$ Hieruit volgt $x_B = 2$	1
		De lengte van lijnstuk AB is $2 - -\frac{31}{8} = \frac{47}{8}\left(= 5\frac{7}{8}\right)$	1

6	**a**	De groeifactor per 4 jaar is $\frac{44\,678}{7416}$ $(= 6{,}024\ldots)$	1
		De groeifactor per jaar is $\left(\frac{44\,678}{7416}\right)^{\frac{1}{4}} = 1{,}566\ldots$	1
		Het verwachte aantal elektrische auto's op 1 januari 2024 is $44\,678 \cdot 1{,}566\ldots^5 \approx 421\,695$ (of: $7416 \cdot 1{,}566\ldots^9 \approx 421\,695$)	1
	b	$r_{\text{Wim}} = av^2$ (met r de remweg in meters en v de snelheid in km/uur) Invullen van $r = 22$ en $v = 50$ geeft $a = \frac{22}{50^2} = 0{,}0088$	1
		$r_{\text{Kees}} = av^2$ Invullen van $r = 28$ en $v = 50$ geeft $a = \frac{28}{50^2} = 0{,}0112$	1
		Remweg van Wim is $0{,}0088 \cdot 120^2 = 126{,}72$ meter	1
		Remweg van Kees is $0{,}0112 \cdot 120^2 = 161{,}28$ meter	1
		$161{,}28 - 126{,}72 = 34{,}56 < 40$ Dus de auto van Kees botst **niet** op de auto van Wim	1

7	**a**	*Manier 1:*	
		$f(x) = \sqrt{2x} - \frac{4}{x} = (2x)^{\frac{1}{2}} - 4 \cdot x^{-1}$	1
		$f'(x) = \frac{1}{2}(2x)^{-\frac{1}{2}} \cdot 2 + 4 \cdot x^{-2} = \frac{1}{\sqrt{2x}} + \frac{4}{x^2}$	2
		Manier 2:	
		$f(x) = \sqrt{2x} - \frac{4}{x} = (2x)^{\frac{1}{2}} - 4 \cdot x^{-1}$	1
		$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{2x}} \cdot 2 + 4 \cdot x^{-2} = \frac{1}{\sqrt{2x}} + \frac{4}{x^2}$	2
	b	$\sqrt{2x} > 0$ (voor $x > 0$) Dus ook $\frac{1}{\sqrt{2x}} > 0$ (voor $x > 0$)	1
		$x^2 > 0$ (voor $x > 0$) Dus ook $\frac{4}{x^2} > 0$ (voor $x > 0$)	1
		Dus $f'(x) > 0$ (voor $x > 0$)	1
	c	$f(x) = 0$ geeft $\sqrt{2x} = \frac{4}{x}$	1
		Deze vergelijking oplossen: *Manier 1 (eerst kruiselings vermenigvuldigen):* $x \cdot \sqrt{2x} = 4$ ---- 1 $x^2 \cdot 2x = 16$ $x^3 = 8$ Hieruit volgt $x_A = 2$ ---- 1 *Manier 2 (eerst kwadrateren):* $2x = \frac{16}{x^2}$ ---- 1 $2x^3 = 16$ $x^3 = 8$ Hieruit volgt $x_A = 2$ ---- 1	
		$f'(2) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot 2}} + \frac{4}{2^2} = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}$	1
		$\text{rc}_k = \frac{3}{2}$, dus $\text{rc}_l = \frac{-1}{\frac{3}{2}} = -\frac{2}{3}$	1
		Lijn l: $y = -\frac{2}{3}x + b$ door $A(2,0)$ geeft $0 = -\frac{2}{3} \cdot 2 + b \rightarrow b = \frac{4}{3}$ (Dus de vergelijking van l is $y = -\frac{2}{3}x + \frac{4}{3}$ en) de y-coördinaat van B is $\frac{4}{3}$	1