

James Boswell Examen

HAVO Wiskunde B

Datum:	Voorbeeldexamen 1
Tijd:	3 uur
Aantal opgaven:	7
Aantal vragen:	18
Aantal bijlagen:	0
Totaal aantal punten:	74

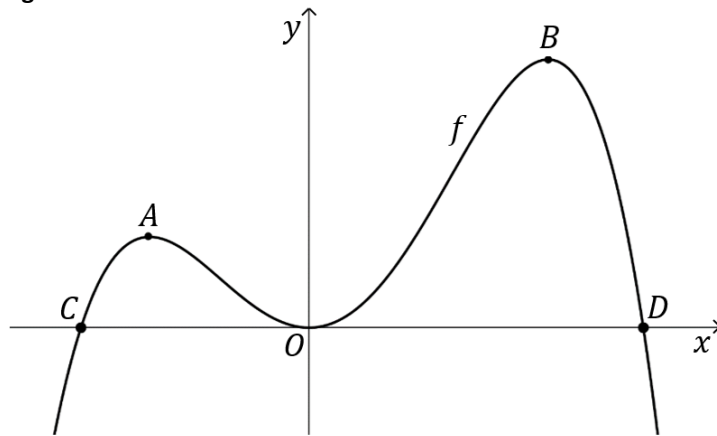
- Vermeld je naam op **ieder vel** dat je inlevert.
- Begin iedere opgave op een nieuw vel papier.
- Schrijf goed leesbaar met blauwe of zwarte niet-uitwisbare inkt. Het gebruik van correctievloeistof (zoals tipp-ex) en/of het schrijven met potlood is **niet** toegestaan. Gebruik uitsluitend een potlood voor het maken van een tekening.
- Laat bij iedere opgave door middel van een berekening of motivatie zien hoe het antwoord is verkregen (o.a. bij gebruik van de grafische rekenmachine).
Aan een antwoord zonder berekening of toelichting worden geen punten toegekend.
- Bij een algebraïsche of exacte berekening moet de berekening in zijn geheel op papier worden gegeven. Er mogen daarbij **geen** specifieke opties van de grafische rekenmachine (zoals intersect) worden gebruikt. Verder geldt:
 - Bij een algebraïsche berekening mogen tussenantwoorden en het eindantwoord benaderd opgeschreven worden. Dat betekent dat je de rekenmachine mag gebruiken om getallen te benaderen zoals $\sqrt{2}$ en $\log(3)$.
 - Bij een exacte berekening mogen tussenantwoorden en het eindantwoord niet worden benaderd.
- Toegestane hulpmiddelen:
 - Grafische rekenmachine (zonder CAS-systeem);
 - Schrijfmateriaal;
 - Geodriehoek en passer.

1 Een vierdegraadsfunctie

Gegeven is de functie $f(x) = -x^2(3x^2 - 4x - 36)$.

In figuur 1.1 is de grafiek van f getekend.

figuur 1.1



De grafiek van f raakt de x -as in de oorsprong $O(0, 0)$ en snijdt de x -as in de punten C en D .

3p a. Bereken exact de x -coördinaten van C en D .

De grafiek van f heeft drie toppen: het punt A , de oorsprong $O(0, 0)$ en het punt B .

5p b. Bereken exact de coördinaten van A en B .

2 Twee driehoeken

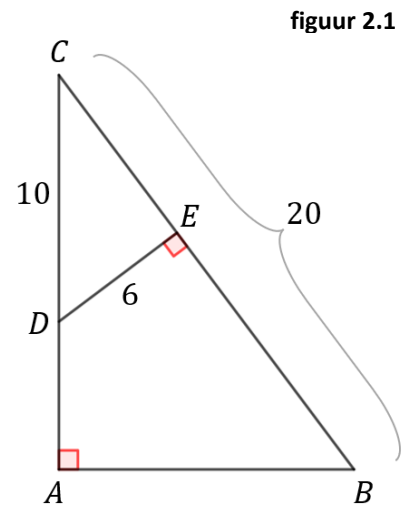
Gegeven is een rechthoekige driehoek ABC met $\angle A = 90^\circ$. De lengte van zijde BC is 20.

Op zijde AC ligt het punt D zodanig dat $CD = 10$.

Op zijde BC ligt het punt E zodanig dat lijnstuk DE loodrecht staat op zijde BC . De lengte van DE is 6. Zie figuur 2.1.

4p

a. Bereken exact de oppervlakte van driehoek ABC .

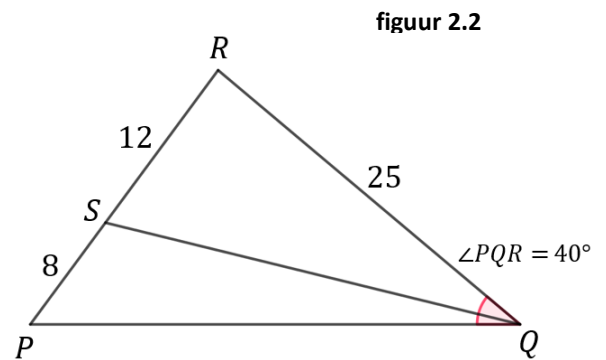


Gegeven is ook een driehoek PQR met $\angle PQR = 40^\circ$. De lengte van zijde QR is 25.

Op zijde PR ligt het punt S zodanig dat $PS = 8$ en $RS = 12$. Zie figuur 2.2.

5p

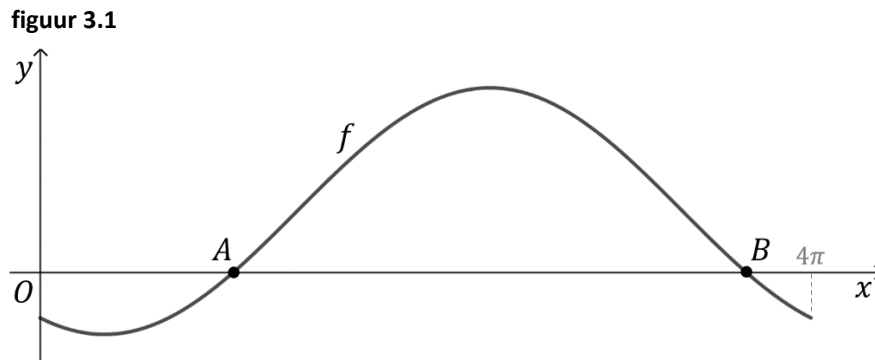
b. Bereken algebraïsch de lengte van lijnstuk QS . Rond je antwoord af op twee decimalen.



3 Twee sinusöiden

Gegeven is de functie $f(x) = 2 \sin\left(\frac{1}{2}\left(x - \frac{4}{3}\pi\right)\right) + 1$ op het domein $[0, 4\pi]$.

In figuur 3.1 is de grafiek van f getekend. De punten A en B zijn de snijpunten van de grafiek van f met de x -as.



4p a. Bereken exact de x -coördinaten van A en B .

De grafiek van de functie g is een sinusöide. Er geldt:

- De periode van de grafiek van g is de helft van de periode van de grafiek van f .
- De amplitude van de grafiek van g is drie keer zo groot als de amplitude van de grafiek van f .
- De grafiek van g heeft dezelfde evenwichtsstand als de grafiek van f .
- De grafiek van f gaat op het domein $[0, 4\pi]$ precies één keer stijgend door de evenwichtsstand. In dit punt gaat de grafiek van g ook stijgend door de evenwichtsstand.

4p b. Stel voor de functie g een functievoorschrift op van de vorm $g(x) = a + b \cos(c(x - d))$.

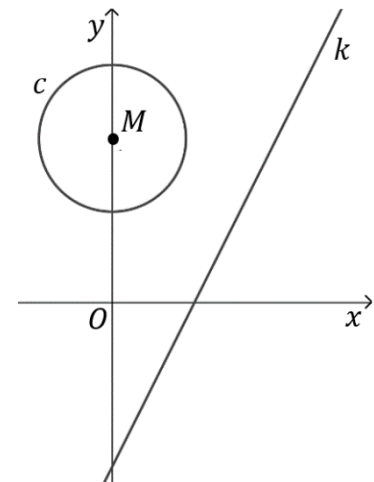
4 Cirkels

Gegeven is de cirkel $c: x^2 + y^2 - 10y + 20 = 0$ met middelpunt M .

In figuur 4.1 is cirkel c getekend, samen met de lijn $k: y = 2x - 5$.

- 8p a. Toon met een exacte berekening aan dat de afstand van cirkel c tot lijn k gelijk is aan $\sqrt{5}$.
- 6p b. Bereken exact de coördinaten van de snijpunten van cirkel c met de lijn $x + y = 4$.

figuur 4.1

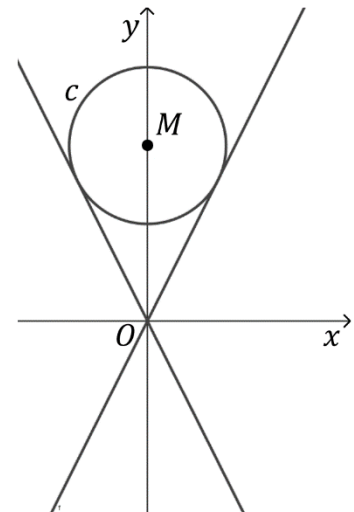


In figuur 4.2 is de cirkel c nogmaals getekend.

Er zijn vanuit de oorsprong $O(0, 0)$ twee raaklijnen aan cirkel c getekend.

- 6p c. Stel op exacte wijze een vergelijking op van deze twee raaklijnen.

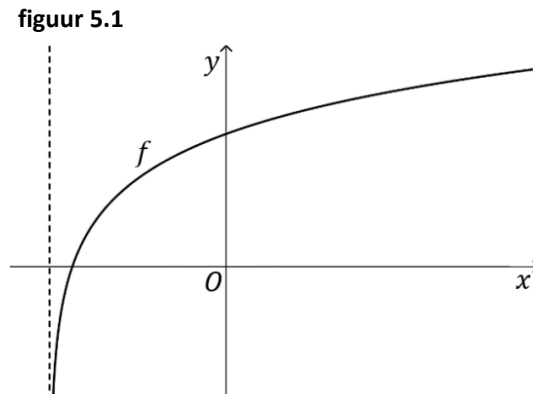
figuur 4.2



5 Twee functies

Gegeven is de functie $f(x) = {}^2\log(2x + 8)$.

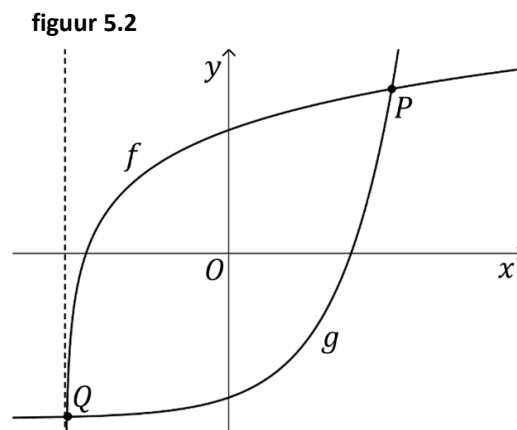
In figuur 5.1 is de grafiek van f getekend. De gestippelde lijn in figuur 5.1 is de asymptoot van de grafiek van f .



- 1p a. Geef de vergelijking van de asymptoot van de grafiek van f . Licht je antwoord toe.
- 2p b. De grafiek van f kan ontstaan uit de grafiek van $y = {}^2\log(x)$ door een aantal transformaties toe te passen. Geef aan welke transformaties dat zijn en in welke volgorde deze moeten worden toegepast.

Gegeven is verder de functie $g(x) = 2^{x-1} - 4$.

In figuur 5.2 is de grafiek van g samen met de grafiek van f getekend.



De grafieken van f en g snijden elkaar in de punten P en Q .

De coördinaten van punt P zijn $(4, 4)$.

- 2p c. Toon op exacte wijze aan dat het punt $P(4, 4)$ inderdaad een snijpunt is van de grafieken van f en g .

De horizontale lijn $y = -2$ snijdt de grafiek van f in een punt A en de grafiek van g in een punt B .

- 4p d. Bereken exact de lengte van lijnstuk AB .

6 Auto's

Het aantal volledig elektrische auto's in Nederland is tussen 2015 en 2019 exponentieel toegenomen.

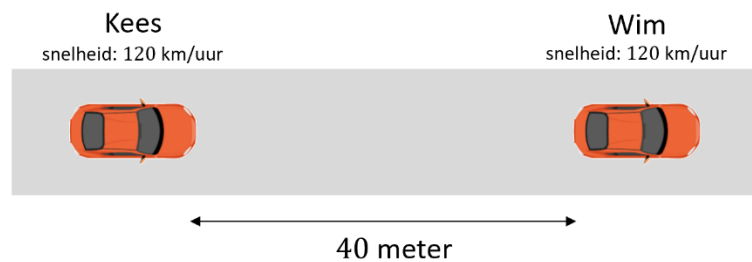
Op 1 januari 2015 waren er 7416 volledig elektrische auto's in Nederland en op 1 januari 2019 waren dit er 44 678.



Neem aan dat de groei van het aantal volledig elektrische auto's in de jaren na 2019 op dezelfde exponentiële wijze blijft verlopen.

3p a. Bereken het verwachte aantal volledig elektrische auto's op 1 januari 2024.

Kees en Wim hebben allebei een elektrische auto. Ze rijden achter elkaar op een weg. Op een gegeven moment rijdt Kees 40 meter achter Wim. Ze hebben op dat moment allebei een snelheid van 120 km/uur en beginnen tegelijk met remmen.



Voor zowel de auto van Kees als de auto van Wim is de remweg r (in meters) evenredig met **het kwadraat** van de snelheid v (in km/uur). De remweg is de afstand die ze nog afleggen tijdens het remmen.

De auto van Kees heeft bij een snelheid van 50 km/uur een remweg van 28 meter. De auto van Wim heeft bij een snelheid van 50 km/uur een iets kortere remweg, namelijk 22 meter.

Als de remweg van Kees bij een snelheid van 120 km/uur meer dan 40 meter langer is dan de remweg van Wim bij deze snelheid, dan botsen de auto's op elkaar.

5p b. Onderzoek of de auto van Kees op de auto van Wim botst.

7 Een gebroken wortelfunctie

In figuur 7.1 is de grafiek getekend van de functie $f(x) = \sqrt{2x} - \frac{4}{x}$

De afgeleide van f is gelijk aan:

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{2x}} + \frac{4}{x^2}$$

3p a. Toon dit op exacte wijze aan.

3p b. Beredeneer aan de hand van de formule van $f'(x)$ dat de grafiek van f stijgend is voor $x > 0$. Het geven van één of meerdere getallenvoorbeelden of het schetsen van de grafiek van f' volstaat niet.

In figuur 7.2 is de grafiek van f nog eens getekend.

De grafiek van f snijdt de x -as in een punt A .

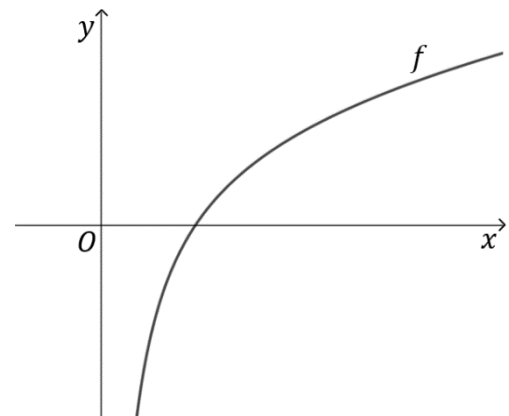
De lijn k is de raaklijn in A aan de grafiek van f .

De lijn l gaat door A en staat loodrecht op k .

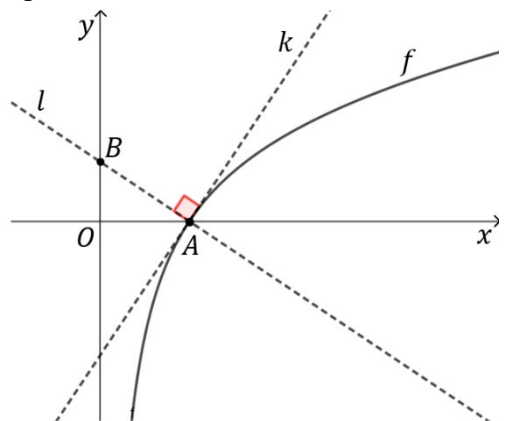
Lijn l snijdt de y -as in een punt B .

6p c. Bereken exact de y -coördinaat van punt B .

figuur 7.1



figuur 7.2



EINDE