

# James Boswell Examen

## Wiskunde B havo

Datum:	Voorbeeldexamen
Tijd:	3 uur
Aantal vragen:	5
Aantal subvragen:	17
Aantal bijlagen:	0
Totaal aantal punten:	79

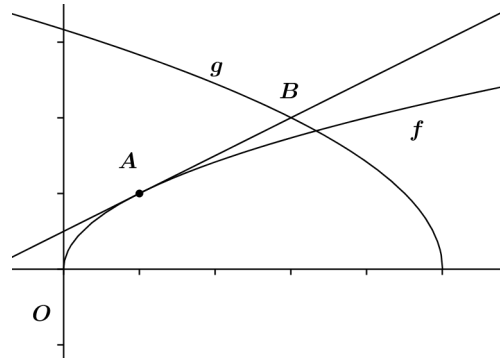
- Vermeld op ieder vel je naam.
- Maak iedere opgave op een apart vel.
- Laat bij iedere opgave door middel van een berekening of motivatie zien hoe het antwoord is verkregen (o.a. bij gebruik van de grafische rekenmachine). Aan een antwoord zonder berekening of toelichting worden geen punten toegekend.
- Schrijf goed leesbaar met inkt. Het gebruik van tipp-ex e.d. of het schrijven met potlood is niet toegestaan. Gebruik uitsluitend een potlood voor het maken van een tekening.
- Toegestane hulpmiddelen:
  - Grafische rekenmachine (zonder CAS-systeem);
  - Schrijfmateriaal;
  - Geodriehoek en passer.

## 1 Twee wortelfuncties

Gegeven zijn de volgende twee functies:

$$f(x) = \sqrt{x} \text{ en } g(x) = \sqrt{10 - 2x}.$$

In de figuur hiernaast zijn de grafieken van  $f$  en  $g$  getekend.



- 2p a Los exact op:  $f(x) = g(x)$ .
- 2p b Voor welke waarden van  $x$  is  $f(x) > g(x)$ ?

Op de grafiek van  $f$  ligt het punt  $A(1, 1)$ . De raaklijn in  $A$  is de lijn  $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ .

- 5p c Toon dit op exacte wijze aan.
- Deze raaklijn snijdt de grafiek van  $g$  in het punt  $B$ .
- 7p d Bereken exact de coördinaten van  $B$ .

## 2 Verbanden tussen twee variabelen

Bij het zoeken naar een verband tussen de variabelen  $x$  en  $y$  zijn de volgende waarnemingen gevonden:

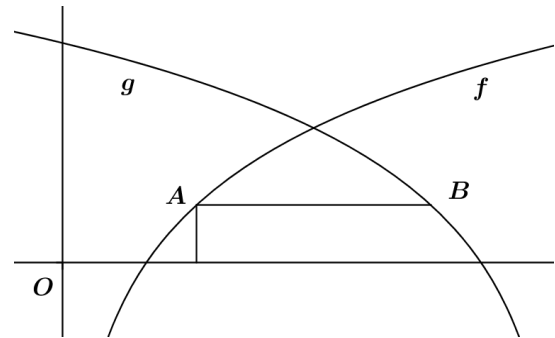
$x$	1	3	6
$y$	10	20	56,6

- 6p a Toon aan dat het bij deze waarnemingen mogelijk is dat er een exponentieel verband bestaat tussen  $x$  en  $y$  en geef een bijbehorende formule in de vorm  $y = a \cdot g^x$ . Rond  $a$  en  $g$  af op één decimaal.
- 7p b Onderzoek met een algebraïsche berekening of het ook mogelijk is dat er een machtsverband bestaat tussen  $x$  en  $y$ .

### 3 Twee logaritmische functies

Gegeven zijn de volgende twee functies:  
 $f(x) = {}^2 \log(x)$  en  $g(x) = {}^2 \log(6 - x)$ .

In de figuur hiernaast zijn de grafieken van deze functies getekend.



4p a Los op:  $f(x) > g(x)$ .

3p b De grafiek van  $g$  kan ontstaan uit die van  $f$  via twee transformaties. Welke transformaties zijn dat, en in welke volgorde?

6p c Los exact op:  $f(x) + g(x) = 3$ .

Op de grafiek van  $f$  ligt een punt  $A$  waarvan de  $x$  – coördinaat gelijk is aan  $1\frac{1}{2}$ .

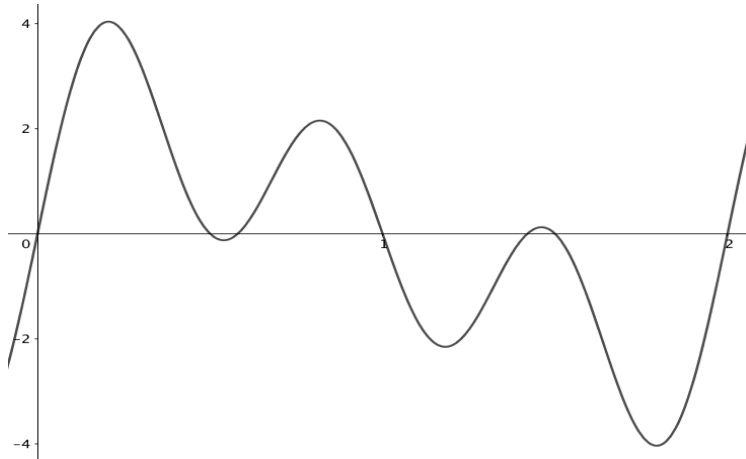
De lijn door  $A$  die evenwijdig is met de  $x$  – as snijdt de grafiek van  $g$  in het punt  $B$ .

5p d Bereken exact de lengte van het lijnstuk  $AB$ .

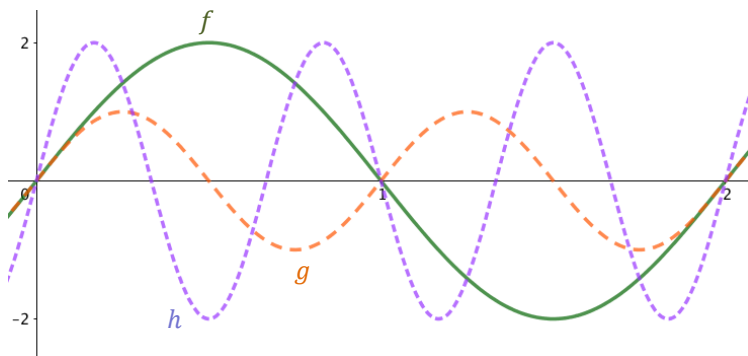
#### 4 Klarinet

In figuur 1 zie je een gedeelte van een zogenaamd (vereenvoudigd) geluidsspoor van een toon die op een klarinet wordt gespeeld. Deze grafiek is de som van de grafieken van de functies  $f$ ,  $g$  en  $h$ , die in figuur 2 zijn weergegeven.

Figuur 1



Figuur 2



De functie  $f$  heeft een functievoorschrift van de vorm:  $f(x) = p \cdot \cos(q(x - r))$ . Er geldt:

- De periode van  $f$  is 2;
- Het eerste hoogste punt van de grafiek van  $f$  rechts van de  $y$ -as is  $(\frac{1}{2}, 2)$ .

3p a Bereken mogelijke exacte waarden van  $p$ ,  $q$  en  $r$ .

De functie  $h$  wordt gegeven door  $h(x) = 2 \cdot \sin(3\pi x)$ .

4p b Bereken exact de coördinaten van de minima van  $h$  op het domein  $[0, 2]$ .

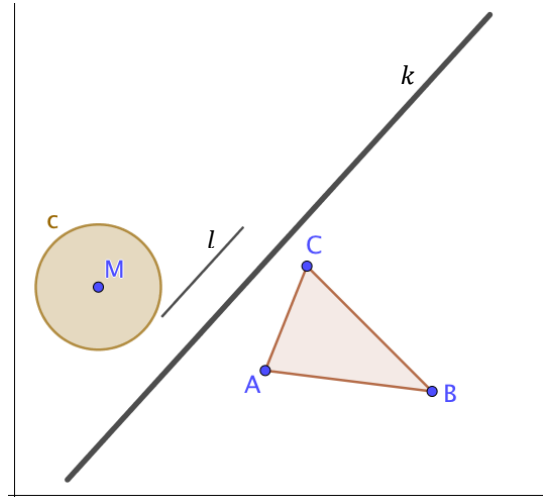
De lijn  $l: y = 1$  gaat door de hoogste punten van de grafiek van  $g$ .

Op het domein  $[0, 1]$  snijden  $l$  en de grafiek van  $h$  elkaar in vier punten.

6p c Bereken exact de  $x$ -coördinaten van deze vier snijpunten.

## 5 Een schilderij met meetkundige figuren

Hieronder zie je een schilderij van de Frans-Russische schilder Wassily Kandinsky (1866 – 1944). In de figuur rechts zijn enkele onderdelen van dit schilderij schematisch weergegeven in een assenstelsel.



De cirkel  $c$  heeft middelpunt  $M(2, 5)$  en straal  $1\frac{1}{2}$ .

3p a Stel een vergelijking op van cirkel  $c$  van de vorm  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$

In driehoek  $ABC$  geldt dat  $\angle A = 75^\circ$ ,  $AB = \frac{1}{2}\sqrt{65}$  en  $BC = 3\sqrt{2}$ .

4p b Bereken  $\angle B$  in driehoek  $ABC$ . Rond je antwoord af op één decimaal.

Het getoonde lijnstuk  $k$  ligt op de lijn  $y = x - 1$ .

6p c Bereken exact de afstand tussen het lijnstuk  $k$  en de cirkel  $c$ .

In het schilderij zie je links van lijnstuk  $k$  een korter lijnstuk dat de cirkel  $c$  (bijna) lijkt te raken. We noemen dit lijnstuk  $l$ . Lijnstuk  $l$  is evenwijdig aan  $k$  en gaat door het punt  $P\left(4\frac{1}{2}, 5\right)$ .

6p d Onderzoek op algebraïsche wijze of (het verlengde van)  $l$  een raaklijn is van  $c$ .

EINDE