BOSWELL-BÈTA

James Boswell Examen

HAVO Wiskunde B

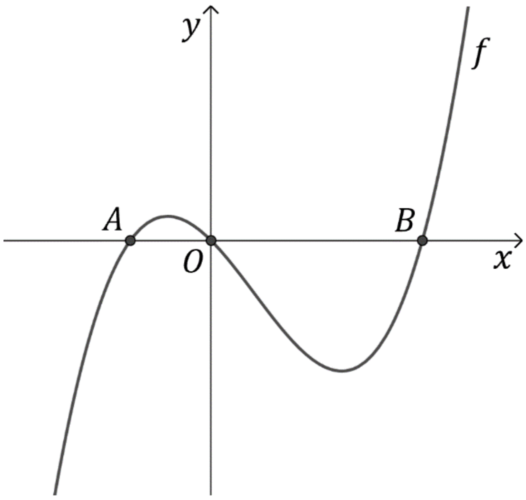
Datum:	Voorbeeldexamen 2
Tijd:	3 uur
Aantal opgaven:	6
Aantal vragen:	18
Aantal bijlagen:	0
Totaal aantal punten:	72

- Vermeld je naam op **ieder vel** dat je inlevert.
- Begin iedere opgave op een nieuw vel papier.
- Schrijf goed leesbaar met blauwe of zwarte niet-uitwisbare inkt. Het gebruik van correctievloeistof (zoals tipp-ex) en/of het schrijven met potlood is **niet** toegestaan. Gebruik uitsluitend een potlood voor het maken van een tekening.
- Laat bij iedere opgave door middel van een berekening of motivatie zien hoe het antwoord is verkregen (o.a. bij gebruik van de grafische rekenmachine).
  Aan een antwoord zonder berekening of toelichting worden geen punten toegekend.
- Bij een algebraïsche of exacte berekening moet de berekening in zijn geheel op papier worden gegeven. Er mogen daarbij **geen** specifieke opties van de grafische rekenmachine (zoals intersect) worden gebruikt. Verder geldt:
  - Bij een algebraïsche berekening mogen tussenantwoorden en het eindantwoord benaderd opgeschreven worden. Dat betekent dat je de rekenmachine mag gebruiken om getallen te benaderen zoals $\sqrt{2}$ en $\log(3)$.
  - Bij een exacte berekening mogen tussenantwoorden en het eindantwoord niet worden benaderd.
- Toegestane hulpmiddelen:
  - Grafische rekenmachine (zonder CAS-systeem);
  - Schrijfmateriaal;
  - Geodriehoek en passer.

1 Machtsfuncties

Gegeven is de functie $f(x) = \frac{1}{36}x^3 - \frac{1}{6}x^2 - x$.
In figuur 1.1 is de grafiek van f getekend.

figuur 1.1



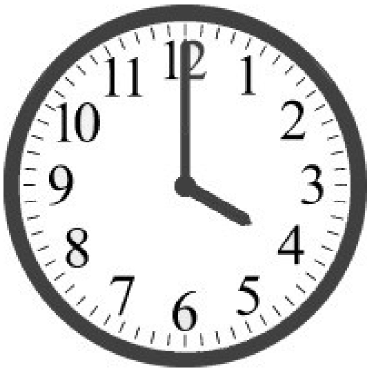
De grafiek van f snijdt de x-as in de punten A, $O(0,0)$ en B.

5p **a.** Bereken exact de afstand AB.

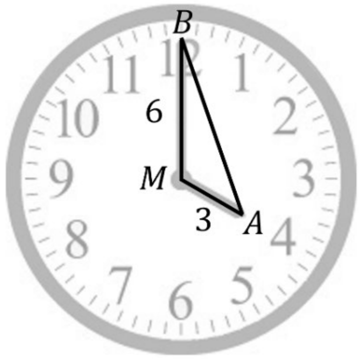
5p **b.** Bereken exact de coördinaten van de twee toppen van de grafiek van f.

2 Klok

figuur 2.1



figuur 2.2



De klok in figuur 2.1 heeft een kleine wijzer met een lengte van 3 cm en een grote wijzer met een lengte van 6 cm. Het uiteinde van de kleine wijzer noemen we A. Het uiteinde van de grote wijzer noemen we B. Het draaipunt van de wijzers noemen we M. Zie figuur 2.2.

3p **a.** Bereken exact de hoek tussen de wijzers als het kwart over zeven is (7.15 uur).

Op de klok in figuur 2.1 en figuur 2.2 is het precies vier uur (4.00 uur).

4p **b.** Bereken voor deze situatie algebraïsch de afstand tussen A en B. Geef je antwoord in centimeters en rond je antwoord af op één decimaal.

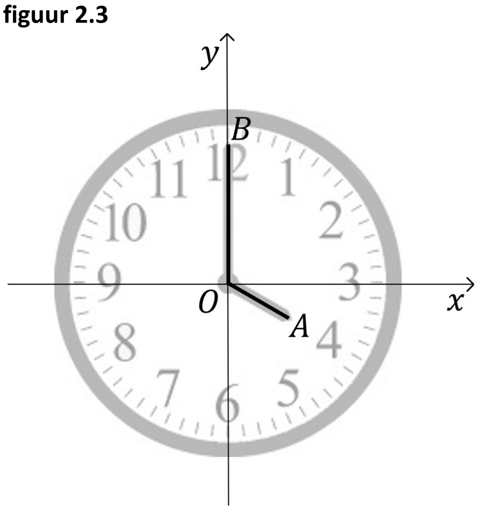
In figuur 2.3 is de klok in een assenstelsel geplaatst met het draaipunt van de wijzers in de oorsprong.

Voor de hoogte van het uiteinde A van de kleine wijzer ten opzichte van de x-as geldt:

$$y_A = 3\cos\left(\frac{1}{6}\pi t\right)$$

Hierbij is y_A in centimeters en t de tijd in uren met $t = 0$ om 0.00 uur.
De tijd t doorloopt het interval $[0, 12]$.

figuur 2.3



5p **c.** Bereken exact voor welke waarden van t geldt: $y_A = -1\frac{1}{2}$.

De hoogte van het uiteinde B van de grote wijzer (ten opzichte van de x-as) kun je ook beschrijven met een formule van de vorm $y_B = p\cos(qt)$.
Hierbij is y_B in centimeters en t de tijd in uren met $t = 0$ om 0.00 uur.

3p **d.** Bereken exact de waarden van p en q. Licht je antwoord toe.

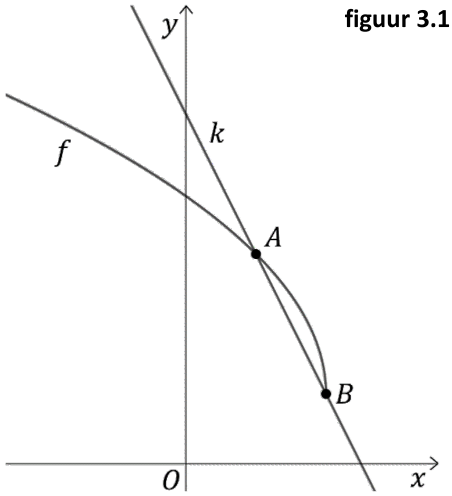
3 **Een functie met een wortel**

Gegeven is de functie $f(x) = \sqrt{8-4x} + 1$.
De grafiek van f kan ontstaan uit de grafiek van $y = \sqrt{x}$ door hier een aantal transformaties op toe te passen.

3p **a.** Schrijf op welke transformaties dat zijn. Schrijf ook de volgorde op waarin de transformaties moeten worden toegepast.

In figuur 3.1 is de grafiek van f getekend, samen met de lijn $k: y = -2x + 5$.

figuur 3.1

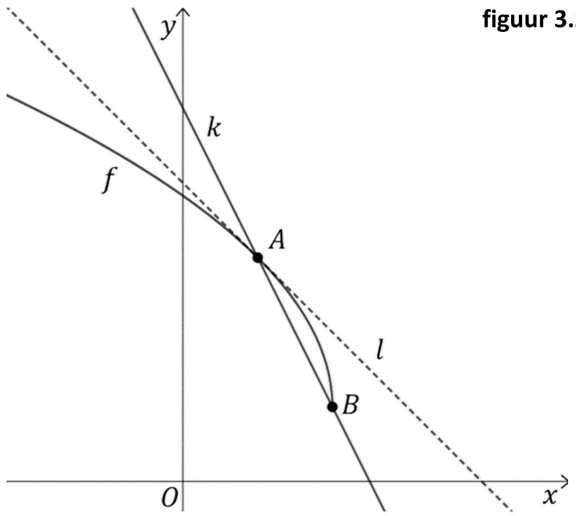


De grafiek van f en de lijn k hebben twee gemeenschappelijke punten:
het punt $A(1,3)$ en het punt $B(2,1)$.

4p **b.** Toon aan dat de x-coördinaat van A gelijk is aan 1 en de x-coördinaat van B gelijk is aan 2 door de vergelijking $\sqrt{8-4x} + 1 = -2x + 5$ exact op te lossen.

De lijn l is de raaklijn aan de grafiek van f in het punt $A(1,3)$. Zie figuur 3.2.

figuur 3.2

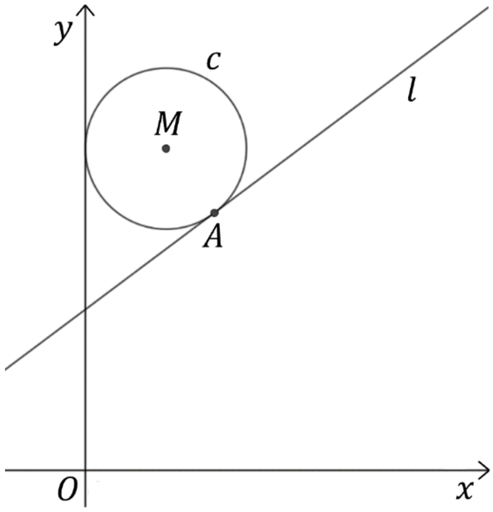


6p **c.** Bereken algebraïsch de hoek tussen lijn k en lijn l. Geef je antwoord in graden en rond je antwoord af op één decimaal.

4 Twee cirkels

Gegeven is de cirkel c: $(x-5)^2+(y-20)^2=25$ met middelpunt M.
In figuur 4.1 is de cirkel c getekend, samen met een lijn l.
De lijn l raakt cirkel c in het punt $A(8, 16)$.

figuur 4.1

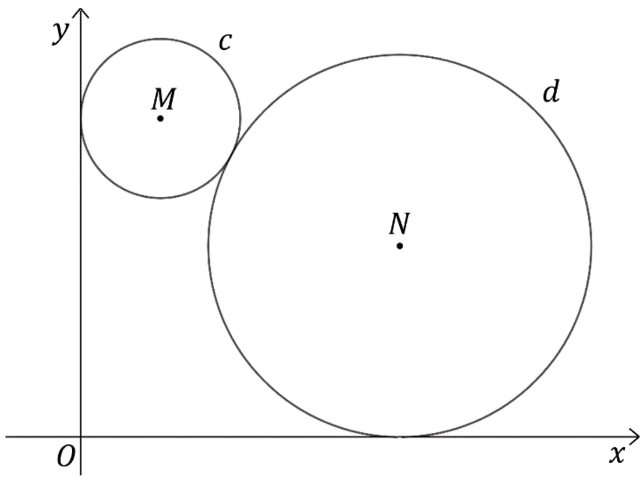


3p **a.** Bereken exact de afstand van de oorsprong $O(0,0)$ tot cirkel c.

3p **b.** Stel op exacte wijze een vergelijking op van de raaklijn l.

In figuur 4.2 is cirkel c nog eens getekend, samen met een tweede cirkel d met middelpunt N. Cirkel d raakt de x-as. De cirkels c en d raken elkaar.
De afstand tussen de middelpunten M en N is gelijk aan 17.

figuur 4.2

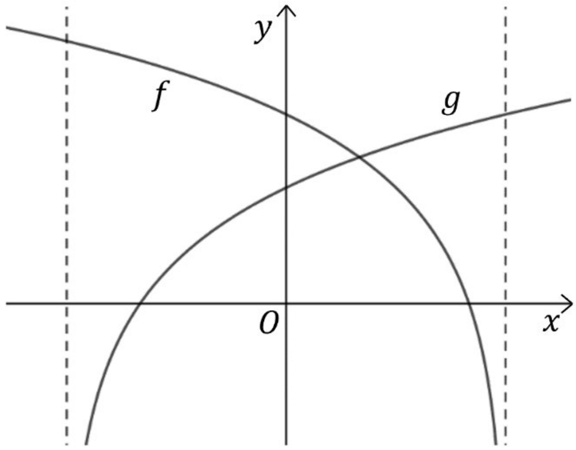


5p **c.** Stel op exacte wijze een vergelijking op van cirkel d.

5 Twee logaritmische functies

Gegeven zijn de functies $f(x) = {}^{2}\log(6 - 2x)$ en $g(x) = {}^{2}\log(x + 3)$.
De grafieken van f en g zijn getekend in figuur 5.1.

figuur 5.1



4p **a.** Bereken exact voor welke waarden van x geldt: $f(x) < g(x)$.
Houd hierbij rekening met het domein van f en het domein van g.

4p **b.** Los exact op: $f(x) - g(x) = 2$.

Het functievoorschrift van f kun je schrijven als $y = {}^{2}\log(6 - 2x)$.
Deze formule kun je herleiden tot $x = 3 - 2^{y-1}$.

4p **c.** Laat deze herleiding zien. Schrijf alle tussenstappen op.

6 Een gebroken functie

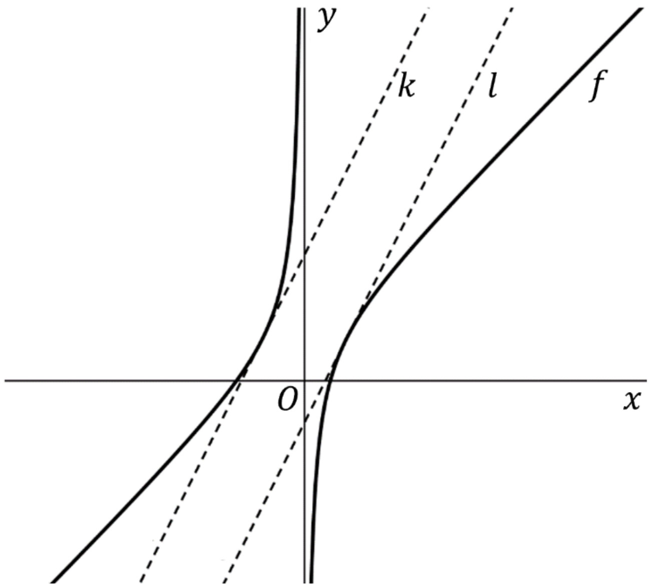
Gegeven is de functie $f(x) = \dfrac{x^2 + 2x - 4}{x}$

Er zijn twee raaklijnen aan de grafiek van f met een helling van 2.

Deze raaklijnen noemen we k en l.

In figuur 6.1 is de grafiek van f getekend, samen met de raaklijnen k en l.

figuur 6.1



4p **a.** Toon aan de afgeleide van f gelijk is aan $f'(x) = \dfrac{x^2 + 4}{x^2}$

5p **b.** Stel op exacte wijze de vergelijkingen op van de raaklijnen k en l.

2p **c.** Toon op exacte wijze aan dat de functie f **geen** extreme waarden heeft.

EINDE