

James Boswell Examen VWO Wiskunde C – Voorbeeldexamen 1

Datum:

Tijd: 3 uur

Aantal vragen: 6

Aantal subvragen: 21

Totaal aantal punten: 62

- Vermeld **op ieder vel** dat je inlevert je naam.
- Laat bij iedere opgave door middel van een berekening of motivatie zien hoe het antwoord is verkregen (o.a. bij gebruik van de grafische rekenmachine). Aan een antwoord zonder toelichting worden geen punten toegekend.
- Schrijf goed leesbaar met inkt. Het gebruik van tipp-ex e.d. of het schrijven met potlood is niet toegestaan. Gebruik uitsluitend een potlood voor het maken van een tekening.
- Toegestane hulpmiddelen:
 - Grafische rekenmachine;
 - Tekenmateriaal;
 - Lijst van formules.

Opgave 1: Amerikaanse roulette

Roulette is een populair spel in het casino. In dit spel rolt een balletje door een wiel, waarna het vaart verliest en in één van de vakjes terechtkomt.

Bij Amerikaanse roulette zijn er 38 vakjes. De nummers lopen van 1 tot en met 36, de helft daarvan is rood gekleurd en de andere helft zwart. Verder zijn er twee groene vakjes: 0 en 00.

In deze opgave bekijken we twee manieren van spelen, die we variant 1 en variant 2 noemen.



Figuur 1

variant 1

Je zet in op één van de nummers 1 tot en met 36. Komt het balletje op jouw nummer, dan krijg je € 36 uitbetaald. Als dit niet het geval is, verlies je de inzet. De inzet per keer spelen is € 1.

- 2p a Bereken de kans dat het balletje op een nummer terechtkomt dat groter is dan 9.

Stel dat je 20 keer speelt volgens **variant 1**.

- 3p b Bereken de kans dat je in deze 20 spellen precies één keer wint. Rond je antwoord af op vier decimalen.

Een andere manier van spelen is:

variant 2

Je zet in op een kleur (rood of zwart). Komt het balletje op jouw kleur, dan krijg je € 2 uitbetaald. Als dit niet het geval is, verlies je de inzet. Ook bij deze manier van spelen is de inzet € 1.

Stel dat je 20 keer speelt volgens **variant 2**.

- 3p c Bereken de kans dat je in deze 20 spellen hoogstens 10 keer wint. Rond je antwoord af op vier decimalen.

- 5p d Onderzoek hoe vaak je dit spel minimaal moet spelen, zodat de kans dat je meer dan 15 keer wint tenminste 80% is.

Opgave 2: Luchtdruk

De luchtdruk op aarde is afhankelijk van de hoogte boven zeeniveau. Op een hoog gelegen skipiste is de luchtdruk lager dan op zeeniveau.

In de tabel hieronder is voor een aantal hoogtes de luchtdruk gegeven.

hoogte boven zeeniveau (in km)	0	0,1	0,2	0,3	0,4
luchtdruk (in bar)	1,0133	1,0015	0,9898	0,9784	0,9670

Er bestaat een exponentieel verband tussen de hoogte boven zeeniveau en de luchtdruk. We kunnen bij dit verband een formule opstellen van de vorm $p = p_0 \cdot g^h$. Hierin is p de luchtdruk (in bar), p_0 de druk op zeeniveau (in bar) en h de hoogte (in honderden meters).

- 3p **a** Stel deze formule op. Gebruik de waarden bij 0 km en 0,4 km om g te berekenen. Rond g af op vier decimalen.

Mocht je het antwoord op vraag a niet hebben kunnen geven, maak in de rest van deze opgave dan gebruik van de (overigens onjuiste) formule $p = 1,0148 \cdot 0,9902^h$

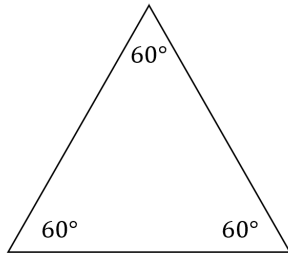
- 2p **b** Bereken de luchtdruk op 1250 meter boven zeeniveau. Rond je antwoord af op vier decimalen.
- 3p **c** Bereken met hoeveel procent de luchtdruk iedere 500 meter afneemt. Rond je antwoord af op één decimaal.

Een bergbeklimmer staat op de top van de Matterhorn, een berg in Zwitserland. Zijn luchtdrukmeter geeft aan dat de luchtdruk gelijk is aan 0,6 bar.

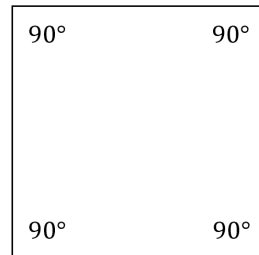
- 4p **d** Bereken hoe hoog de Matterhorn is. Geef je antwoord in meters nauwkeurig.

Opgave 3: Regelmatige polygoenen

Een regelmatig polygoen is een meetkundig figuur waarbij de zijden dezelfde lengte hebben. Twee voorbeelden zijn een gelijkzijdige driehoek (een driehoek met drie gelijke zijden) en een vierkant. Als het aantal zijden van zo'n figuur toeneemt, nemen ook de binnenhoeken toe. Bij een gelijkzijdige driehoek zijn de binnenhoeken gelijk aan 60° . Bij een vierkant zijn de binnenhoeken gelijk aan 90° .



Een gelijkzijdige driehoek.



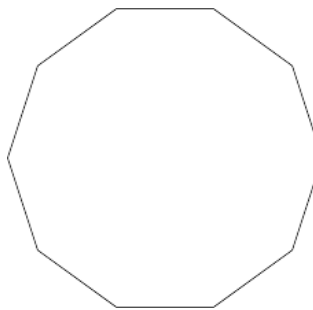
Een vierkant.

Het verband tussen het aantal zijden en de grootte van de binnenhoeken kan worden beschreven met een rij. De directe formule van deze rij is:

$$B_n = \frac{n-2}{n} \cdot 180 \text{ met } n \geq 3$$

Hierin is B_n de grootte van de binnenhoeken van een regelmatig polygoen met n zijden.

- 2p **a** Bereken de grootte van de binnenhoeken van het volgende regelmatig polygoen:



- 2p **b** Laat met een berekening zien dat de rij B_n **geen** rekenkundige rij is.
- 3p **c** Hoeveel zijden heeft een regelmatig polygoen minimaal als de binnenhoeken groter zijn dan 155° ?
- 2p **d** Naarmate n groter wordt, zal de grootte van de binnenhoeken naderen naar een grenswaarde. Onderzoek hoe groot deze grenswaarde is.

Opgave 4: Hogere temperaturen

In 1901 begon het KNMI (Koninklijk Nederlands Meteorologisch Instituut) met het systematisch registreren van de temperatuur in Nederland. De gemiddelde temperatuur over de hele maand juni blijkt normaal verdeeld te zijn met een gemiddelde van $15,35\text{ }^{\circ}\text{C}$ en een standaardafwijking van $1,28\text{ }^{\circ}\text{C}$.

- 3p **a** In hoeveel procent van de junimaanden is de gemiddelde temperatuur hoger dan $15,7\text{ }^{\circ}\text{C}$? Rond je antwoord af op één decimaal.

Juni 1991 behoort tot de 25% koudste junimaanden die het KNMI heeft gemeten.

- 2p **b** Hoe hoog is de gemiddelde temperatuur in deze maand maximaal?

Volgens de waarnemingen van het KNMI is de gemiddelde temperatuur over de hele maand november ook normaal verdeeld. Het gemiddelde van deze normale verdeling is gelijk aan $5,94\text{ }^{\circ}\text{C}$. Volgens een meteoroloog van het weerinstituut is het slechts in 5% van de novembermaanden gemiddeld warmer dan $8,75\text{ }^{\circ}\text{C}$.

- 3p **c** Bereken de standaardafwijking van de gemiddelde temperatuur over de hele maand november. Rond je antwoord af op twee decimalen.

Opgave 5: Herleiden

- 4p **a** Herleid $\frac{6-x}{3} = 2(y+5)$ tot de vorm $y = ax + b$

- 3p **b** Herleid $y = -\sqrt{\frac{1}{2}x - 9}$ tot de vorm $x = cy^2 + d$

- 5p **c** Schrijf $\frac{\sqrt{8} \cdot \frac{1}{2}}{\sqrt[3]{4}}$ als één macht van 2.

Opgave 6: Studenten met stress

Op 28 januari 2018 stond het onderstaande nieuwsbericht op NOS.nl

Studenten die geld lenen voor hun studie zijn vaker extreem vermoeid, emotioneel uitgeput en maken zich meer zorgen over het krijgen van een burn-out. Ook zien ze vaker af van sociale activiteiten door de hoge kosten, blijkt uit een enquête in opdracht van het Interstedelijk Studentenuitvoerend Orgaan (ISO).

563 hbo- en wo-studenten zijn ondervraagd. Van de studenten die lenen zegt 83 procent druk of klachten te ervaren. 60 procent is emotioneel uitgeput en 70 procent maakt zich wel eens zorgen over het krijgen van een burn-out.

De enquête laat volgens het ISO zien dat het leenstelsel een grote impact heeft op studenten "Lenen raakt studenten niet alleen in de portemonnee, maar ook emotioneel. Dat is met dit onderzoek een feit geworden", zegt voorzitter Tom van den Brink.

In de tweede alinea van de tekst worden enkele percentages genoemd. Het gaat om drie eigenschappen die studenten die lenen wel of niet kunnen hebben:

- D : de student ervaart druk of klachten.
- E : de student is emotioneel uitgeput.
- B : de student maakt zich wel eens zorgen over het krijgen van een burn-out.

Uit de genoemde percentages in het nieuwsbericht kun je een uitspraak doen over het percentage van de lenende studenten dat voldoet aan alle drie de eigenschappen. Voor nu nemen we aan dat de eigenschappen elkaar niet uitsluiten of impliceren.

2p **a** Bereken hoe groot het percentage lenende studenten dat aan zowel eigenschap D als eigenschap E voldoet, **minimaal** is.

2p **b** Bereken hoe groot het percentage lenende studenten dat aan alle drie de eigenschappen voldoet, **minimaal** is.

Een deskundige beweert dat emotionele uitputting een voorbeeld is van een klacht. Dus dat eigenschap E eigenschap D impliceert, oftewel $E \Rightarrow D$. Neem aan dat dit zo is.

4p **c** Schrijf de uitspraken $D \Rightarrow E$ en $\neg D \Rightarrow \neg E$ als een Nederlandse zin en leg van beide uitspraken uit of ze wel of niet waar zijn.

Einde