

## James Boswell Examen VWO Wiskunde C – Voorbeeldexamen 2

Datum:

Tijd: 3 uur

Aantal vragen: 5

Aantal subvragen: 19

Totaal aantal punten: 61

- Vermeld **op ieder vel** dat je inlevert je naam.
- Laat bij iedere opgave door middel van een berekening of motivatie zien hoe het antwoord is verkregen (o.a. bij gebruik van de grafische rekenmachine). Aan een antwoord zonder toelichting worden geen punten toegekend.
- Schrijf goed leesbaar met inkt. Het gebruik van tipp-ex e.d. of het schrijven met potlood is niet toegestaan. Gebruik uitsluitend een potlood voor het maken van een tekening.
- Toegestane hulpmiddelen:
  - Grafische rekenmachine;
  - Tekenmateriaal;
  - Lijst van formules.



## Opgave 1: Fooi

Sandra is serveerster in een café. Gedurende honderd werkdagen heeft ze bijgehouden hoeveel fooi ze iedere dag heeft gekregen. Het resultaat zie je in de onderstaande tabel:

bedrag (in €)	[0, 5)	[5, 10)	[10, 15)	[15, 20)	[20, 25)
aantal dagen	2	17	48	29	4

In de tabel kun je aflezen dat Sandra op 17 van de 100 dagen een fooi heeft gehad van 5 euro of meer, maar minder dan 10 euro. Aan de hand van de tabel kun je een schatting maken van het totale bedrag dat Sandra in de honderd dagen aan fooi heeft gekregen.

- 3p **a** Maak met behulp van de tabel een schatting van dat bedrag.

Van alle klanten die Sandra in de honderd dagen heeft bediend, heeft 80% haar een fooi gegeven. Neem aan dat dit percentage ook geldt voor de klanten die Sandra in de komende tijd zal gaan bedienen.

- 2p **b** Bereken de kans dat van de eerstvolgende 10 klanten er hoogstens 8 klanten zijn die Sandra een fooi geven. Rond je antwoord af op vier decimalen.

In de Verenigde Staten is men gewend om in cafés en restaurants flinke fooien te geven. De psycholoog L. Green heeft onderzocht in welke mate de fooi afhangt van de hoogte van de rekening. Zijn onderzoek heeft het volgende verband opgeleverd:

$$F = 0,127R + 1,21$$

Hierin is  $F$  de fooi en  $R$  de hoogte van de rekening (beide in dollars).

Met behulp van de formule van Green kun je bij iedere rekening berekenen hoeveel procent de fooi is van het totale bedrag van de rekening.

- 4p **c** Laat met een berekening zien dat dit percentage bij een rekening van 5 dollar groter is dan bij een rekening van 90 dollar.

Vier mensen hebben in een restaurant gegeten. Zij kunnen op twee manieren de rekening betalen:

1. Ze vragen samen één rekening.
2. Ze delen het totale bedrag door vier en betalen ieder apart.

- 3p **d** Beredeneer welk van beide manieren volgens de formule van Green het grootste bedrag aan fooien oplevert voor het restaurant. Een getallenvoorbeeld is **niet** voldoende.

## Opgave 2: Zeep

De firma Sanove fabriceert stukken zeep. De stukken zeep worden machinaal gemaakt. De machine is zó ingesteld dat het gewicht van de stukken zeep normaal verdeeld is met een gemiddelde van 93 gram en een standaardafwijking van 1,4 gram.



Volgens een Europese norm mag het gewicht van hoogstens 2% van de stukken zeep minder dan 90 gram zijn.

- 3p **a** Ga met een berekening na of Sanove met de genoemde instellingen voldoet aan deze norm.
- 4p **b** Bereken de kans dat het gewicht van vijf stukken zeep samen groter is dan 470 gram. Rond je antwoord af op vier decimalen.

De machine mag niet te veel stukken zeep afleveren waarvan het gewicht te laag is. Om dit te controleren, doet de afdeling kwaliteitscontrole elke dag een aselechte steekproef van tien stukken zeep. Wanneer het gewicht van alle tien stukken zeep onder het gemiddelde ligt, dus alle tien stukken minder wegen dan 93 gram, moet de machine opnieuw worden ingesteld.

- 3p **c** Bereken de kans dat dit gebeurt. Rond je antwoord af op vier decimalen.

De tien aselekt gekozen stukken zeep worden ook nog op een andere manier gecontroleerd. Hierbij wordt gelet op stukken zeep die véél te licht zijn. Als er van de tien stukken zeep minstens één stuk zeep is waarvan het gewicht meer dan drie keer de standaardafwijking onder het gemiddelde ligt, wordt de machine opnieuw ingesteld.

- 5p **d** Bereken de kans dat een goed ingestelde machine om deze reden opnieuw moet worden ingesteld. Rond je antwoord af op vier decimalen.

## Opgave 3: Herleiden

- 3p **a** Herleid  $-4 - y = \frac{1}{2}(x - 3)$  tot de vorm  $y = ax + b$ .
- 4p **b** Herleid de uitdrukking  $y = \sqrt[3]{x^5} \cdot (5x^4)^2$  tot de vorm  $y = ax^n$ .
- 4p **c** Herleid  ${}^2\log(3x + 12) = y$  zodat  $x$  wordt uitgedrukt in  $y$ .

## Opgave 4: Griep epidemie

Het onderzoeksbureau Nivel registreert aan het begin van iedere week hoeveel personen in Nederland griep hebben. Het aantal griepgevallen neemt in de winter ieder jaar flink toe.

In de tabel staan gegevens over het aantal personen met griep aan het begin van week 50 in 2017 en het begin van week 14 in 2018.

	aantal griepgevallen (in personen per 100 000 inwoners)
week 50 – 2017	25
week 14 – 2018	170

Stel dat het aantal griepgevallen in deze periode **lineair** is toegenomen.

- 4p **a** Bereken met behulp van lineair interpoleren hoeveel griepgevallen (in personen per 100 000 inwoners) er waren op 1 januari 2018. Rond je antwoord af op helen.

Volgens het onderzoeksbureau is het aantal griepgevallen in deze periode niet lineair, maar **exponentieel** toegenomen. In de rest van de opgave gaan we uit van exponentiële groei. Bij de gegevens uit de tabel kun je een formule opstellen van de vorm  $N = b \cdot g^t$ . Hierin is  $N$  het aantal personen per 100 000 inwoners met griep en  $t$  de tijd in weken met  $t = 0$  aan het begin van week 50 in 2017.

- 3p **b** Stel deze formule op. Rond  $g$  af op drie decimalen.

*Mocht je het antwoord op vraag **b** niet hebben kunnen geven, maak dan in de rest van de opgave gebruik van de (overigens onjuiste) formule  $N = 21 \cdot 1,138^t$*

- 2p **c** Bereken hoeveel griepgevallen (in personen per 100 000 inwoners) er waren op 1 januari 2018. Rond je antwoord af op helen.

Bij 51 of meer griepgevallen per 100 000 inwoners is er sprake van een epidemie.

- 3p **d** Bereken in welke week er volgens de formule sprake was van de start van een griep epidemie.

In 1998-1999 was er sprake van een hele ernstige griep epidemie. Aan het begin van 1999 nam het aantal personen met griep iedere week met 21,3% toe. Neem aan dat deze groei exponentieel is verlopen.

- 3p **e** Bereken met hoeveel procent het aantal griepgevallen in deze periode per dag toenam. Rond je antwoord af op één decimaal.

## Opgave 5: De logica van Cruijff

De oud-voetballer en trainer Johan Cruijff staat bekend om zijn onnavolgbare logica. In een interview in 2013 zei Cruijff het volgende:

“Als ik jou vraag ‘Laat eens zien wat je kan’, zal jij laten zien wat je kan. Maar dan weet ik meteen wat je niet kan, want dat zal je niet laten zien.”

In deze opgave gaan we de logica in deze uitspraak nader bekijken. Daarvoor beperken we ons eerst tot één vaardigheid, die we  $X$  noemen. We onderscheiden de volgende uitgangspunten:

- $A$ : iemand beheerst vaardigheid  $X$ .
- $B$ : iemand laat vaardigheid  $X$  zien.

Het eerste deel van de uitspraak van Cruijff kun je als volgt opvatten: ‘Als je vaardigheid  $X$  beheerst, dan zul je die vaardigheid laten zien’. Dit kun je met logische symbolen schrijven als  $A \Rightarrow B$ . Het tweede deel van Cruijffs uitspraak is: ‘Als iemand vaardigheid  $X$  niet laat zien, dan beheerst hij vaardigheid  $X$  niet’.

3p **a** Schrijf het tweede deel van Cruijffs uitspraak met behulp van logische symbolen en geef aan of het tweede deel logisch volgt uit het eerste deel. Licht je antwoord toe.

2p **b** Leg uit waarom je kritiek kunt hebben op de uitspraak van Cruijff.

Een andere bekende uitspraak van Cruijff is:

“Je moet schieten, anders kun je niet scoren.”

Om deze uitspraak te ontleden, voeren we twee afkortingen in:

- $P$ : iemand schiet op doel.
- $Q$ : iemand scoort.

De uitspraak van Cruijff kun je herformuleren als: ‘Als er wordt gescoord, dan is er op doel geschoten.’

3p **c** Schrijf de bewering ‘Als er wordt gescoord, dan is er op doel geschoten.’ met logische symbolen en de zojuist ingevoerde afkortingen. Geef vervolgens aan wat je met behulp van deze bewering kunt concluderen over het schieten op doel in een wedstrijd waarin niet wordt gescoord.

**Einde**